

# 33. LA CONSTRUCCIÓN DEL SABER DIDÁCTICO EN PROBLEMAS DE REPARTO Y AGRUPAMIENTO EN 2º GRADO DE PRIMARIA

## THE CONSTRUCTION OF DIDACTIC KNOWLEDGE IN DISTRIBUTION AND GROUPING PROBLEMS IN 2ND GRADE OF PRIMARY SCHOOL

*Jesús Manuel Mendoza Maldonado<sup>58</sup>, Griselda González Arriaga<sup>59</sup>, Estrella Jatziri  
Mauricio Rodríguez<sup>60</sup>*

**Fecha recibida:** 27/09/2022

**Fecha aprobada:** 18/12/2022

**Derivado del proyecto:** *Didácticas específicas y formación docente, el cual incluye la Línea de Generación del Conocimiento: La didáctica, lo didáctico y las didácticas en la formación docente.*

**Institución financiadora:** *Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.*

**Pares evaluadores:** *Red de Investigación en Educación, Empresa y Sociedad – REDIEES.*

---

<sup>58</sup> Pregrado. Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”. Zacatecas, México (Docente) [jesusnormaldesanmarcos@gmail.com](mailto:jesusnormaldesanmarcos@gmail.com)

<sup>59</sup>Pregrado. Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”. Zacatecas, México (Docente) [greygonzalez1977@gmail.com](mailto:greygonzalez1977@gmail.com)

<sup>60</sup>Pregrado. Escuela Normal Rural “Gral. Matías Ramos Santos”. Zacatecas, México (Estudiante del 3er semestre) [estrellajatzzi24@gmail.com](mailto:estrellajatzzi24@gmail.com)

## RESUMEN

*Justificación:* Hasta 1996 la formación inicial de profesores en México tenía como denominador común una formación general basada en los aportes de la pedagogía, lo que algunos autores (Bosch y Gascón, 2007) han denominado “generalismo pedagógico”. Desde 1997 los sucesivos programas de formación incluyeron a la didáctica de las matemáticas como un referente fundamental en la formación de profesores de educación primaria, específicamente los conceptos que derivan de la Teoría de las Situaciones Didácticas. ¿Cómo construyen los profesores en formación el saber didáctico? ¿Cómo procesan los conceptos que se trabajan durante su formación? *Objetivo:* Se analizan evidencias de aprendizaje de los alumnos de segundo grado, pero el propósito de la investigación radica en identificar el proceso constructivo del saber didáctico de profesores en formación. *Metodología:* Se trata de una investigación didáctica. Se plantearon 5 problemas matemáticos, se muestran las estrategias informales utilizadas por niños de segundo grado ante problemas cuya estrategia de solución desconocen, así como las respuestas obtenidas de la entrevista a niños y a una docente, destaca de esta última lo que para ella es un buen alumno. *Resultados y conclusiones:* Se trabajaron problemas de reparto y agrupamiento con alumnos de segundo grado, aunque la división propiamente dicha se enseña hasta en tercer grado, aparecen las estrategias informales de los niños y las interpretaciones de una maestra en formación, es decir, el proceso constructivo del saber didáctico.

**PALABRAS CLAVE:** *Problemas de reparto, Problemas de agrupamiento, Estrategias informales, Error sintáctico y semántico.*

## ABSTRACT

**Justification:** Until 1996, initial teacher training in Mexico had as a common denominator a general training based on the contributions of pedagogy, which some authors (Bosch and Gascón, 2007) have called “pedagogical generalism”. Since 1997, the successive training programs included the didactics of mathematics as a fundamental reference in the training of primary school teachers, specifically the concepts that derive from the Theory of Didactic Situations. How do teachers in training build didactic knowledge? How do they process the concepts that are worked on during their training? **Objective:** Evidence of learning of second grade students is analyzed, but the purpose of the research lies in identifying the constructive process of the didactic knowledge of teachers in training. **Methodology:** This is didactic research. 5 mathematical problems were proposed, the informal strategies used by second grade children in the face of problems whose solution strategy they do not know are shown, as well as the answers obtained from the interview with children and a teacher, highlighting from the latter what for her is a good pupil. **Results and conclusions:** Distribution and grouping problems were worked on with second grade students, although division itself is taught until third grade, the informal strategies of the children and the interpretations of a teacher in training appear, that is, the process construction of didactic knowledge.

**KEYWORDS:** *Distribution problems, Grouping problems, Informal strategies, Syntactic and semantic error.*

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia cuyo objeto de estudio se refiere a la construcción del saber didáctico en la formación de profesores. Las preguntas que orientan la investigación serían ¿Cómo se aprende a enseñar? ¿Cuál sería el saber didáctico y los conocimientos matemáticos que requieren los profesores en formación para trabajar en la escuela primaria? El Plan 1997 para la formación de inicial incluyó a la didáctica de las matemáticas como un referente fundamental en la formación de profesores de educación primaria, específicamente los conceptos que derivan de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). Según Arrieta (1996) desde 1887 a 1996 es posible identificar 13 planes de estudio para la formación de profesores, si incluimos los de 1997, 2012, 2018 y el más reciente Plan 2022, se contabilizan 17 programas en poco más de un siglo. Conviene destacar que hasta antes del Plan 1997, una constante de las distintas propuestas fue la formación general basada en los aportes de la pedagogía, lo que algunos autores (Bosch y Gascón, 2007) han denominado “generalismo pedagógico”. En este escrito aparecen como *teoremas en acto* (Vergnaud, 2007) y como referencias explícitas, en algunos casos, los conceptos de la TSD que configuran el saber didáctico inicial de una profesora en formación que cursa actualmente el tercer semestre y que construyó estas interpretaciones durante los dos primeros semestres de la licenciatura. Planteamos al mismo tiempo, como telón de fondo, una propuesta alternativa de formación.

El saber en juego que se analiza son los problemas de reparto y agrupamiento con cifras menores a 100 en alumnos de 2º grado. La intención es explorar las estrategias informales que construyen los alumnos para resolver tales problemas, es decir, antes de aprender el algoritmo convencional de la división. El segundo propósito es indagar el proceso que sigue una maestra en formación para aprender a enseñar. Como se trata de los primeros semestres de la carrera, estamos ante los episodios didácticos iniciales de una maestra debutante (Goigoux, et al, 2010), tal indagación permitirá mejorar los trayectos de formación y afinar los conocimientos didácticos pertinentes que tendrían que trabajarse en las escuelas Normales.

¿La escuela es un enigma o la escuela es una respuesta? En una escuela primaria surgen una infinidad de preguntas, pero también es ahí, en la vida en las aulas, donde se

encuentran las respuestas. Durante los días 28 y 29 de marzo del 2022, en la Escuela Primaria “Miguel Hidalgo” en el municipio de Villa González Ortega, Zacatecas, México, se realizó una jornada de observación y uno de los enigmas que surgió fue sobre la enseñanza de las matemáticas, específicamente sobre la construcción del razonamiento matemático en los primeros grados. Los enigmas devienen preguntas, las preguntas generan procesos de búsqueda. Aunque en este trayecto surgen dudas y momentos de incertidumbre, con Bachelard podríamos añadir “*No podemos determinar el momento en que el misterio devino lo suficientemente claro para enunciarse como problema*” (2011, p.6)

Entre los múltiples contenidos a enseñar durante la educación primaria se encuentra la división, de la cual se desprenden ciertas preguntas que inquietan a una docente en formación, como lo son: ¿en qué grado inicia la enseñanza de la división?; Como estrategia convencional comienza a partir de 3er grado, pero, ¿los niños de 1er y 2do grado pueden resolver problemas de reparto, agrupamiento o medición si no conocen el algoritmo división? Si bien, para que construyan su propio conocimiento sobre la división, es necesario comenzar con este tipo de problemas en 1ero y 2do, puesto que, a pesar de desconocer la estrategia eficiente y económica que representa el uso del algoritmo, existen estrategias informales que muchas de las veces son subestimadas, pero necesarias para el desarrollo del razonamiento (matemáticas con “m” minúscula, estrategias informales), las cuales permiten una preparación a la incorporación del algoritmo. Al modificar los problemas mediante el uso de algunas variables didácticas se generará la necesidad de evolucionar en estas estrategias, incorporándose a las matemáticas con “M” mayúscula (estrategias convencionales).

Al enfocarnos en problemas de reparto y agrupamiento en alumnos de 2do grado, nos preguntamos ¿Qué estrategias construirán los niños para su resolución? ¿Cómo pueden estos conocimientos previos orientar el subsecuente proceso de enseñanza de la división?

En la redacción de este escrito se entreveran las ideas de los formadores con las de una maestra en formación al punto que se (con)funden en la medida que los conceptos que se trabajaron en las aulas de la Normal le permiten observar, diseñar, analizar algunos fragmentos de la secuencia de enseñanza.

## MATERIAL Y MÉTODOS

*“Para llegar al punto que no conoces,  
debes tomar el camino que no conoces”  
San Juan de la Cruz*

Nunca sabremos de lo que somos capaces de hacer o descubrir si no nos adentramos en aquello que desconocemos, el mundo de los docentes y alumnos. Ser docente es enfrentarse a una infinidad de misterios y retos que se convierten en la guía en el camino del conocimiento y, el aprendizaje de los alumnos, constituye el enigma que se quiere dilucidar. Adentrarse al mundo educativo implica un riesgo, la pregunta aquí es ¿vale la pena tomar ese riesgo?, la respuesta es afirmativa, vale la pena porque nos permitirá a maestros, docentes en formación e investigadores, descubrir todo lo que la docencia tiene para nosotros; encontraremos motivos para luchar por la democratización de la educación, otros descubriremos problemáticas que se convertirán en retos a resolver, lo que nos llevará a adquirir esos conocimientos para mejorar la enseñanza y dejar una huella en la educación.

La docente en formación, durante los primeros semestres de la licenciatura toma un papel “inexperto” en el diseño de situaciones didácticas, ya que desconoce tanto las estrategias más “convenientes” para propiciar la mejor interacción entre los alumnos y el saber en juego, como las variables para modificar los problemas y así cambiar el grado de dificultad. Por otra parte, al momento de trabajar con los niños se presentarán dificultades donde en ocasiones será necesario hacer regulaciones didácticas, pero al tener poca experiencia ¿se hará la mejor regulación en ese momento? Esto se sabe al analizar lo que pasó durante el desarrollo de las situaciones didácticas, ya que permite identificar los aciertos y desaciertos, así como los posibles rumbos alternativos de la clase. Lo que sucedió y lo que pudo haber sucedido para hacer evolucionar las estrategias de los niños.

*¿El alumno aprende del maestro o el maestro aprende del alumno?*

¿Quién aprende de quién? Durante mucho tiempo el modelo de las matemáticas se trataba de “aprendo y luego resuelvo”, es decir, el docente tomaba un papel donde explicaba y enseñaba la división para luego plantear situaciones que se resolvían a partir de lo que al niño se le enseñó (algoritmo), en sí, primero se institucionalizaba para posteriormente poner ejercicios. En este paradigma de enseñanza los niños se ensayaban a resolver problemas con

esa operación, siendo estos problemas para aplicar (se resuelven con una sola estrategia). Ahora el modelo en el que se enfocan las matemáticas es el constructivista, en el cual “al resolver se aprende”, se centra en la resolución de problemas para construir, en los cuales se desconoce la estrategia para resolverlo permitiendo utilizar los conocimientos previos; enfocándonos en la preparación de la introducción de la división, es necesario plantear problemas de reparto y agrupamiento, y generar desde un inicio una diversidad de estrategias informales, se validan dejando al final la institucionalización, permitiendo así la construcción de los conocimientos y, conforme se vaya evolucionando se introducirá simbólicamente el algoritmo de división.

Con el paso del tiempo se ha dejado poco a poco a un lado el modelo tradicional, donde el alumno “aprendía” del maestro, ahora se le permite a los niños construir sus propios conocimientos, aprender de otros niños, puesto que el alumno no es un ser pasivo que solo recibe lo que el docente plantea, al entender esto, incluso, una docente puede aprender de ellos, en tanto les permite una progresión de su razonamiento matemático y encuentra la mejor forma de irlos acercando a los algoritmos, mejor dicho de sentar las bases para aprenderlo en 3er grado.

La enseñanza de las matemáticas es un enigma en la profesión docente, implica abarcar contenidos que para los maestros resulta un tanto confuso, como lo son las divisiones, pero su enseñanza la engloban principalmente en el algoritmo, teniendo a este contenido principalmente como una operación que *reparte en partes iguales o que agrupa colecciones*, aunque entenderla va más allá de la práctica del algoritmo y mecanización de éste, puesto que además es necesario el planteamiento de problemas de reparto con cociente exacto o inexacto, problemas con números redondos o intermedios, problemas donde el residuo sea importante o donde se trate de estimar el cociente (Block, et al., 2013).

En las estrategias empleadas para la resolución de problemas de reparto, se pueden suscitar errores, tanto semánticos, el cual se presenta cuando el alumno no comprende el problema por lo que utiliza estrategias que no lo llevarán al resultado, así como el error sintáctico donde se comprende el problema, pero le falla la ejecución de las operaciones (Brousseau, 1972, citado por Ávila, 2001). Tales errores son parte del proceso constructivo

por el que atraviesan los niños, por lo cual se requiere incorporarlos al proceso didáctico y no tratar de evitar los errores o de excluirlos. El análisis de estos errores permite a los docentes identificar las situaciones a las que se enfrentan los niños y las dudas que surgen, además constituyen un punto de apoyo para orientar al docente sobre cómo avanzar y si es necesario regresarse para lograr el aprendizaje esperado, por ello, así como es necesario el análisis de los errores, también lo es mejorar su tratamiento didáctico.

Esto no es lo único que puede aparecer dentro de una clase, también surgen algunos imprevistos que en la planeación no se tenían contemplados, a lo cual es necesario hacer adaptaciones o regulaciones didácticas, entonces, planear no asegura un éxito pleno, pero las probabilidades son altas. Asimismo, analizar las clases a través de registros de clase permite aprender de los desaciertos y mejorar la práctica docente.

Los participantes en esta investigación son alumnos de 2do grado de un municipio ya referido anteriormente. Las edades de los niños se encuentran entre los 7 y 8 años. El nivel socioeconómico de los estudiantes es regular. La maestra titular es otra de las participantes, en tanto permitió observar su práctica docente y ser entrevistada, tiene 14 años como docente y 6 trabajando en la misma escuela. Quien desarrolla la investigación es una docente en formación que cursaba entonces el segundo semestre a quién se le permitió la entrada al aula, fue ella quien implementó las actividades, realizó la observación y aplicó las entrevistas, bajo las orientaciones y asesoría de los docentes de la Normal.

En esta investigación se trabajó con cuatro actividades establecidas en el plan de trabajo para la jornada de observación. Estas tareas pensadas con el fin de obtener información acerca de las estrategias de los niños en 5 problemas de reparto y agrupamiento (ver anexo) aunque no todos los problemas son objeto de un análisis detallado, se muestra la pertinencia de transitar del maestro institucionalizante al maestro devolvente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Ávila, 2001), es decir, del maestro que explica al maestro que pregunta, del maestro que enseña el algoritmo al maestro que construye, por aproximaciones sucesivas, tal algoritmo. Se trabajó con una alumna y un alumno al mismo tiempo fuera del aula, en un lugar al aire libre; otra de las tareas se realizó durante el transcurso de una clase de matemáticas. Por último, al finalizar las clases, se realizó una entrevista con la docente titular. Para obtener evidencias de lo realizado se grabaron videos de lo que realizaron los alumnos, se grabó audio de las entrevistas y se llevó a cabo un diario

de campo donde se realizó un registro de clase. Para la recolección de la información se dispuso de las evidencias de los niños, mediante grabaciones de video y audio, durante la resolución de los problemas, aunque aquí se analiza sobre todo lo que sucedió durante el primero de ellos (Problema 1. *Las perlas*). Los trabajos de los niños fueron analizados y las grabaciones se transcribieron, se obtuvo información relevante acerca del enfoque de enseñanza de las matemáticas. Con el propósito de contextualizar las evidencias se incluye el análisis de un cuadro que sintetiza los resultados de 35 alumnos al mismo problema que resolvieron los dos alumnos entrevistados.

## RESULTADOS

En el aula de 2º grado se manifiesta un rezago en conocimientos causado por la pandemia, por lo cual la maestra titular dividió a los niños en dos subgrupos, uno con niños que requieren más apoyo y el otro con aquellos que muestran un trabajo más autónomo, aunque también muestran ciertos vacíos producto del periodo de aislamiento que originó la pandemia. Fátima y José Carlos son los alumnos seleccionados y se encuentran en el segundo subgrupo. En la aplicación de la actividad se les entregó una hoja con el siguiente problema de reparto apto para el grado en el que se encuentran los niños:

*“Paco y Rosa gastaron 72 perlas en hacer 6 pulseras. ¿Cuántas perlas pusieron en cada pulsera?”*

Fátima inició de inmediato con la resolución usando sus dedos, por otro lado, José Carlos se quedó un instante pensando, procesando dicho problema. Hay una diferencia entre encontrar la solución y encontrar la respuesta. No pasó mucho tiempo cuando los niños resolvieron el problema, Fátima (**F**) diciendo 15 y José Carlos (**J**) 11; ellos encontraron una respuesta, pero, eso no significa que sea la correcta. ¿Qué será más importante, encontrar la respuesta o encontrar la solución?; de qué sirve tener el resultado correcto si va a estar vacío de significado, por ello, al encontrar la solución se sabe cómo resolver los problemas, y con ello es más probable dar con el resultado correcto, en suma, la solución tiene que convertirse en una respuesta justificada. Al obtener las respuestas muy rápido, la maestra en formación (**MF**) optó por preguntar sobre sus procedimientos; primero a José ya que él hizo cálculos mentales, dicha pregunta lo confundió por lo que se mostró inseguro, lo cual se advierte en el siguiente fragmento de diálogo durante la actividad:

**MF:** *A ver, tú dices que son 11 verdad, a ver cómo le...*

**Alumno (J):** *No. Ya me perdí*

**MF:** *¿No son?*

**Alumno (J):** *Ya me perdí*

Al cuestionar a los alumnos sobre sus respuestas los pone a dudar para permitir que aparezca el desarrollo de un mejor argumento, en este caso las dudas del alumno lo llevaron a buscar otra estrategia porque se dio cuenta que estaba en lo incorrecto. Asimismo, se puede identificar que los compañeros influyen en las decisiones de los alumnos.

**Alumno (JC):** *¿Es como sumas o restas?*

**MF:** *Mmm*

**Alumno (J):** *Lo que le pongo*

**MF:** *Ahí como tú...*

**Alumna (F):** *O le puedes quitar*

**Alumno (J):** *¿Le puedo poner una ruedita y le voy poniendo las perlitas*

**MF:** *Utilicen la estrategia que se les haga más fácil*

**Alumno (J):** *¿Tú qué estás haciendo?*

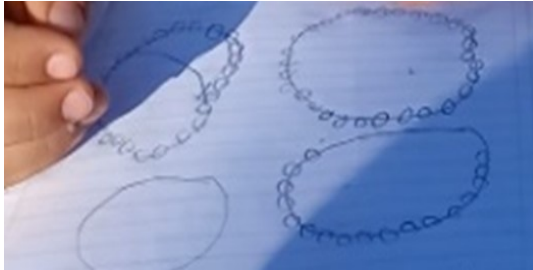
**Alumna (F):** *Quitarles*

**Alumno (J):** *¿Pero si puedo? (le pregunta a la maestra)*

**MF:** *Si*

Fátima utilizó como estrategia el uso de operaciones (restas), mientras que José Carlos estaba realizando cálculos mentales y al observar la estrategia de su compañera se cuestionó si la solución estaba en realizar sumas o restas, dudaba de las estrategias informales que utilizó, pero al final fue lo que hizo, una estrategia gráfica de reparto por estimaciones en función de la cantidad de perlas que se colocarían a cada pulsera hasta que no quedara ninguna.

José Carlos comenzó a dibujar las pulseras y en la primera colocó 29 rueditas que simulaban ser las perlas, contando del 1 al 29, en la segunda pulsera contó del 30 al 55, al completar esas dos pulseras comienza a ponerles perlas a la tercera pulsera contando del 56 al 72.



**Alumno (J):** *Hasta ahí*

**MF:** *¿Hasta ahí?, pero tienes que ajustar 6 pulseras con todas con las 72 ¿cómo le harías?*

**Alumno (J):** *Las voy a hacer más chiquitas*

El alumno José Carlos, al ver que no ajustó de perlas para todas las pulseras hace las pulseras más pequeñas para ponerle menos a cada una, asimismo al notar que estaba colocando cantidades distintas a cada pulsera se le aclara que cada una debe tener la misma cantidad de perlas.

**Alumno (J):** *Estas si están iguales*

**MF:** *¿Sí?, ¿cuántas le pusiste?*

**Alumno (J):** *Porque es 19 y 19*

**MF:** *¿Entonces a todas les tendrías que poner 19?*

**Alumno (J):** *Si*

El alumno comprendió que cada pulsera debe contener la misma cantidad de perlas optando por ponerle 19, entonces su estrategia evolucionó creando un reparto equitativo, pero ahora no correspondía con el total de perlas. Posteriormente se le preguntó cómo le haría para evitar hacer tantas bolitas, a lo cual él respondió: - “Así chiquitas”-, ante esta respuesta se puede decir que José Carlos considera que hacer las pulseras chiquitas en cuanto al tamaño dibujado se evita hacer tantas bolitas puesto que necesitaría menos bolitas para completarla. Cuando estaba dibujando la tercera pulsera el niño anotó la cantidad de 19 a un lado de cada pulsera a la que ya le había puesto las perlas, si bien esa es una buena estrategia porque permite llevar un control de las cantidades de perlas que va ocupando, ante esto se esperaba que ya no colocara las 19 bolitas, sino que solo colocara el número 19, pero esto no pasó y continuó llenando la tercera pulsera.

**MF:** *Tres pulseras hechas de 19 ¿verdad?*

**Alumno (J):** *Pero este número quepió, 1, 2, 3*

**MF:** *¿Y cuántas perlititas llevas gastadas?*

**Alumno (J):** *57*

**MF:** *¿57?*

**Alumno (J):** *19+19, ¿No es 57?*

**MF:** *¿19+19?*

**Alumno (J):** *Más 19*

**MF:** *Tres veces 19*

**Alumno (J):** *19+19+19 es 47, ¿no?*

En este diálogo se presenció el error sintáctico (error al ejecutar una operación que lo puede llevar al resultado correcto), pero cabe agregar que esto se suscitó porque el niño no llevó un registro de lo que iba sumando, ya que al inicio la operación fue correcta pero al tratar de justificar de dónde sacó 57 solo mencionaba la suma de  $19+19$ , esta falta de control de argumentación provocó un descontrol de las ideas provocando el error sintáctico al final en la operación, si bien, es sabido que los niños tienden a dudar y confundirse con sus propias explicaciones puesto que aún no hay un dominio de las estrategias que utilizan, resulta muy pertinente y necesario solicitarles una justificación de los cálculos que realizan. A pesar de esto, se dio la oportunidad de avanzar y desarrollar más sus cálculos mentales sin necesidad de un registro de la operación.

Por otro lado, Fátima se encontraba haciendo algunas bolitas.



**MF:** *¿Cuánto te salió?*

**Alumna (F):** *107*

**MF:** *¿Le vas a poner 107 perlititas a cada pulsera?*

**Alumna (F):** *6*

**MF:** *¿6 perlititas?*

**Alumna (F):** *1, 2, 3, 4, 5, 6 (cuenta 6 apartados)*

**MF:** *¿seis pulseras de seis perlititas?*

**Alumna (F):** *Me salieron 107*

Fátima presenta error semántico debido que no comprendió el problema. Se advierte que hizo agrupamientos de 6 perlititas, esas agrupaciones indicaban cada una de las pulseras, pero lo que no comprendió es que la consigna le pedía ocupar todas las perlas. Asimismo, no explicó de dónde obtuvo que le tocan 107, pero por lo hecho por ella se puede deducir que a las 72 perlititas le sumó las perlas que dibujó, como no se alcanza a percibir cuántas eran con exactitud se supone que eran 36 ya que hizo seis grupos de seis, pero suponiendo que le faltó una, entonces a lo que se llegó es que sumó  $72+35$  obteniendo de ahí el 107.

Se observó en los alumnos errores tanto del tipo sintáctico como semántico, estos generados por el hecho de que al comenzar a trabajar con problemas de reparto se presentó una cantidad grande (dentro de su rango) establecida en el problema, esto pudo generar en el Juan Carlos una confusión al momento de sumar, ya que él se enfocó en poner las perlas, pero al sumarlas lo hizo mentalmente y se le dificultó memorizar dos cálculos al mismo tiempo, ya que no solo iba sumando el 19 sino que además iba reteniendo cuantas veces lo iba sumando. En cuanto a Fátima, se percibió que en un cierto momento entendió que mediante agrupaciones podía llegar a la respuesta, pero al ser una cantidad grande esperaba que el resultado fuera mayor. Ante estas confusiones y sobre todo que se les dificultaba explicar lo que estaban haciendo, no podían argumentar y se confundían, por ello se optó por una regulación didáctica, donde se hicieron cambios al problema para que no se detuviera el tiempo didáctico, entonces se hizo lo siguiente:

**MF:** *O ¡ya sé!, miren, mejor le vamos a cambiar poquito, qué tal si en lugar de 72 perlas nada más son 24 y son 6 pulseras. Solo tienen 24 perlas para hacer sus pulseras.*

**Alumno (J):** *24 perlas para hacer las pulseras*

**MF:** *Si, ¿de cuánto les tocaría?*

**Alumna (F):** *Pues va a ser menos*

**Alumno (J):** *Ajj no*

**MF:** *Son 6 pulseras acuérdense*

**Alumno (J):** *Van a estar chiauitas*

Esta regulación permitió que al disminuir las cantidades los niños dedujeran que les tocaría de menos perlas, pero, ¿qué hubiera pasado si no se hubiera hecho esta regulación?, se hubiera llevado más tiempo del previsto y al existir dudas sobre la forma de analizar el problema. solo se generarían más confusiones de las iniciales y perderían el interés en resolverlo. Sin embargo, lo que sí pasó fue permitirle a José Carlos llegar a la respuesta correcta, aunque primero se enfrentó a algunas confusiones, una de ellas fue que colocó 12 perlas en cada pulsera, pero se dio cuenta de que no se iba a poder, por lo cual llegó a otra idea:

**Alumno (J):** *Nada más a 4 le puedo poner nomás una y a las demás de 10*

Al hacer el reparto de perlas, de esta forma completa las 24; este reparto es exhaustivo, pero no es equitativo. Al preguntarle cómo le haría para que todas tengan lo mismo, José Carlos hace mentalmente la operación  $3+3+3+3+3+3$ .

Mientras tanto Fátima terminó de resolver el problema:

*MF: ¿Cuánto te dio a ti?*

*Alumna (F): De 90*

*MF: ¿De noventa?, pero ya nomás son 24 perlitas. A ver explícame.*

*Alumna (F): 6+4 son 10, y aquí le ponemos uno y acá cero, y 6+2 son 8 y más 1 es 9*

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \text{ utilizaron en cada pulsera } 90 \\ + 6 \\ \hline 90 \end{array}$$

Como se puede advertir, esta suma no era la solución al problema, pero mediante esto se pudo percibir el error sintáctico porque la operación no la resolvió correctamente, ya que el 6 lo colocó en las decenas, aun así, sabía que debía sumar el  $4+6=10$ , colocando bien el 0 y subiendo lo que lleva, pero, el error estuvo en que volvió a sumar el 6 cuando ya solo se iba a sumar  $1+2=3$ , pero la posición del 6 pudo haberla confundido. Al terminar de explicar su procedimiento pregunta si está bien, vemos que existe esa necesidad en los niños por saber si lo que hicieron es correcto.

José Carlos decide hacer una resta, la cual es una estrategia de prueba y error con estimaciones sustractivas, es decir que al restar 6 veces no le sobre ninguna perla. Si bien, el alumno solo realizó esta operación y continuó con cálculos mentales, cabe resaltar que no presenta error sintáctico.

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 3 \\ \hline 21 \end{array}$$

El alumno decide sumar  $6+6+6+6$  obteniendo 24. Luego le intenta con 3, pero dice: -no “quepe”-, él quería que la pulsera se llenara de perlitas y al ver un gran espacio en la pulsera dijo esto; como parte de una regulación didáctica se le dio algunas pistas diciéndole:

-Así, no importa que no alcance a dar vuelta, no importa que la llenes, lo que importa es que tenga la misma cantidad.



Al terminar de ponerle 3 perlitas a cada pulsera, mediante cálculos mentales determina que se ha gastado 19 perlitas sobrándole 5, así comienza a repartir una perlita (de las que le sobraron) a cada pulsera.

**Alumno (J):** *Me falta una para ajustar*

**MF:** *¿Entonces ya ajustaste?*

**Alumno (J):** *Si*

**MF:** *¿Seguro? ¿Y si contaste bien?, algo que te haya fallado*

**MF:** *¿De cuánto les tocaría?*

**Alumno (J):** *(empieza a contar cada perlita) 20 (le agrega una perlita a la pulsera que le faltaba) 21,22,23,24*

**Alumno (J):** *De cuatro*



Al final se percató que contó mal, logrando obtener la respuesta correcta. En José Carlos no se presentó error semántico, porque comprendió el problema y evolucionó en sus estrategias, comenzó con cálculos mentales, lo cual permite el desarrollo de otras habilidades, pero como esto aún no se domina del todo se optó por usar el cuaderno como apoyo, usando

una estrategia gráfica colocando perlita por perlita, luego siguió con un registro más sintetizado aunque este no avanzó, optando por hacer operaciones las cuales no concluyó y se regresó a las estimaciones de reparto. Ahora, en cuanto a Fátima, realizó estrategia gráfica, pero al presentar error semántico realiza operaciones y en estas presentó error sintáctico.

Después de la resolución se provocó la justificación de los resultados por parte de los niños para que entre ellos decidieran cuál era la respuesta correcta, de esta manera harían ver sus errores y generar un ambiente de discusión de los argumentos.

**MF:** Pero ¿tú qué opinas? (le pregunta a Fátima) ¿Crees que si esté bien?, o, ¿cuál crees que esté bien, que le ponga de cuatro o de noventa?

*\*José Carlos se ríe*

**MF:** ¿Por qué te ríes?

**Alumno (J):** Porque le puso noventa

**MF:** A ver, por ejemplo, ¿no se te hace curioso de que le pongas noventa y nomás tienes 24?

*\*Ambos niños se ríen*

**MF:** ¿Cómo le vas a hacer? ¿de dónde sacas las demás?

**Alumno (J):** Tendrá mucho dinero para comprar

*\*Todos rieron*

**MF:** ¿Tú quién crees que esté bien?

**Alumno (J):** Es que está mal

**Alumna (F):** Pero yo le sumé

**Alumno (J):** Pero no es más ¿verdad que no?

**MF:** Ustedes díganme

**Alumno (J):** Yo digo que está bien el cuatro

**MF:** ¿Tú qué dices, el cuatro o el noventa?

**Alumna (F):** El cuatro

Con esta confrontación de los resultados se permite un mayor aprendizaje puesto que se crea el saber por medio del tratamiento de los errores. Asimismo, para que el aprendizaje se pusiera a prueba se presentó un contraejemplo:

*MF: A mí la otra vez un niño de una escuela me dijo que poniéndole cinco*

*Alumno (J): ¿Cinco?*

*MF: ¿Si estará bien el niño?*

*Alumno (J): No*

*MF: ¿Por qué no estará bien? ¿creen que se pase de perlas o que le vayan a faltar perlas?*

*Alumno (J): Le van a faltar*

Las respuestas a esto dejaron claro que el problema se entendió y pueden justificar sus resultados, así como defender sus respuestas ante otras erróneas.

Se continuó con preguntas acerca del problema, para Fátima estuvo difícil y para José Carlos solo al inicio cuando la cantidad de perlas era 72. En lo que concuerdan es que no se les había planteado problemas como ese, lo cual explica en parte las dificultades que tuvieron y abona a la necesidad de trabajar estrategias de reparto y agrupamiento antes de llegar al algoritmo de la división.

Las regulaciones didácticas tomaron un gran valor durante la actividad, ya que evitó que se perdiera el tiempo didáctico. En cuanto a lo que pudo haber pasado sería quizá añadir el uso de material, como piedritas simulando que son las perlas, así con estas los niños harían sus debidos procedimientos, ayudando en el mejor entendimiento de la consigna. Esta sugerencia de regulación didáctica también hubiera funcionado durante la validación para posteriormente institucionalizar el saber. Pero el juntar piedritas no se podía llevar a cabo puesto que la actividad se estaba llevando más tiempo de lo estipulado, y los niños debían regresar a sus clases.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Este mismo problema se planteó a otros 35 niños y surgió una diversidad de estrategias que conviene añadir aquí porque complementan el argumento central de este escrito: desarrollar las estrategias informales antes de ir al algoritmo convencional permite ampliar el razonamiento matemático de los alumnos. Recordemos el problema: “*Paco y Rosa gastaron 72 perlas en hacer 6 pulseras. ¿Cuántas perlas pusieron en cada pulsera?*”

| <i>Estrategias</i>                            |                    |                 | <i>Problema 3</i> |
|---|--------------------|-----------------|-------------------|
| Estrategias gráficas: Dibujos, puntos o rayas |                    |                 | 18                |
| Respuesta correcta                            |                    | Sí: 12<br>No: 6 |                   |
| Algoritmo inventado                           | Respuesta correcta | Sí: 2<br>No: 1  | 3                 |
| Operación equivocada (error semántico)        |                    |                 | 3                 |
| Dibujo y operación (respuesta correcta)       |                    |                 | 8                 |
| No llegan a un resultado                      |                    |                 | 1                 |
| No hacen operación, pero dan un resultado     |                    |                 | 1                 |
| No contestaron                                |                    |                 | 1                 |
| Total   |                    |                 | 35                |


En el cuadro se advierte la diversidad de procedimientos que utilizan los niños, 22 de los cuales pudieron, mediante diversos caminos, llegar a la respuesta correcta.

### *a) Otros niños, otros dilemas*

¿Si a otros niños se les planteara el mismo problema, tendrían los mismos dilemas? Los niños tienen habilidades diferentes y por ende pueden utilizar otras estrategias para resolver los problemas, como es el caso de otros alumnos de segundo grado de otra escuela al resolver el mismo problema.

Existen otras estrategias informales con las que los niños nos pueden sorprender, como es la estrategia de Jazmín quien resolvió un problema de reparto con las cantidades iniciales (72 y 6) que se le plantearon a Fátima y José Carlos y otro con las cantidades que se modificaron en la regulación didáctica (24 y 6). Jazmín implementó en ambos problemas una estrategia de prueba y error con estimaciones aditivas.

**Problema 3.**  
El papá de Pepe repartió \$72 entre sus 6 hijos, ¿cuánto dinero le tocó a cada hijo? 12 pesos




$0+0+0=0$   
 $5+5+5=15$   
 $0+0+0=0$   
 $5+5+5=15$

$21$   
 $+21$   
 $\hline 42$   
 $+15$   
 $+15$   
 $\hline 72$

$42$   
 $+30$   
 $\hline 72$

**Problema 2.**  
Juana repartió \$24 entre sus 6 amigos ¿cuánto dinero le dio Juana a cada amigo? 4 pesos

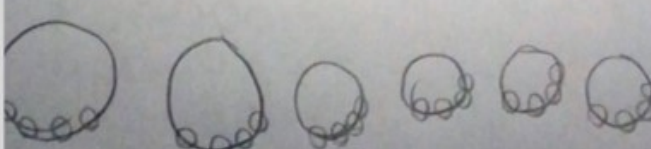


$0+0+0=0$   
 $4+4+4=12$   
 $0+0+0=0$   
 $4+4+4=12$

$12+12=24$   
 $\hline 24$

Otros alumnos de segundo grado, implementan estrategias de agrupamiento, aparentemente es similar al reparto uno a uno, pero en realidad no se hace propiamente un reparto, sino que los alumnos van haciendo grupos de acuerdo a lo que indica el problema (4 perlas por collar). Esto implica una evolución en las estrategias de resolución.

**Problema 5.**  
Lola va a elaborar collares, tiene 24 perlas y quiere poner 4 perlas en cada collar ¿Para cuantos collares ajusta? 6



Estas estrategias diferentes muestran el proceso constructivo que siguen los niños al resolver problemas matemáticos ¿Hubiera sido mejor que antes se trabajara con ellos el algoritmo? Sin duda la respuesta sería negativa, debido a que si se anticipa la enseñanza de los algoritmos convencionales se inhibe el razonamiento de los niños, se limita la búsqueda de otras vías de solución. El algoritmo sería el punto de llegada, pero no el punto de partida. Aquí conviene precisar como lo han demostrado otras investigaciones (Kamii y Dominick, 2010; Bustamante-Santos y Flores Macías, 2017; Fregona, D., Delprato, M. F., & Orús, 2017) que también el algoritmo requiere de un tratamiento didáctico específico y que su enseñanza temprana afecta otro tipo de habilidades en los niños como el cálculo mental, la estimación, la composición y descomposición de números, lo cual se refleja incluso en grados subsecuentes de la escolaridad.

b) *Las matemáticas de los niños*

Otra actividad que se realizó como parte de esta investigación fue la aplicación de una entrevista a los dos alumnos (posterior a la resolución de problemas), en la cual se obtuvo que a los niños les gustan las matemáticas y entre lo que más les agrada son “las clases de sumas y tienditas”, pero en cuanto a lo que no, a Fátima no le gusta contar y a José Carlos los números grandes, esos que él llama “numerillos”. Es importante destacar que el docente no solo vea las matemáticas desde su perspectiva sino también desde el punto de vista de los niños ya que permitirá adaptar las actividades a sus necesidades, pero sin subestimar sus capacidades, por ejemplo, ponerles problemas de reparto aun sabiendo que no conocen el algoritmo para permitirles que ensayen, estimen y calculen mentalmente al resolver problemas matemáticos; y a través de sus estrategias informales construyan sus conocimientos.

c) *Un buen alumno*

La tercera tarea de esta investigación se dio a través de una entrevista realizada a la docente titular, de la cual es importante resaltar la respuesta que dio a la pregunta: *¿quién sería un buen alumno en la clase de matemáticas?*

Un alumno que sepa escuchar, observar y analizar, pero que también no esté como mecanizado, sino que también se sienta libre de buscar las formas diferentes de dar una solución a una situación, porque a veces los queremos mecanizar a que como yo hago

las cosas así se hace y no. Hay ocasiones donde los niños nos sorprenden mucho porque demuestran que utilizan otras estrategias y resuelven los problemas [...].

Es muy interesante la opinión de la docente, puesto que considera que un buen alumno es aquel que se “sienta libre”, porque aquel alumno que no es libre en realidad no está aprendiendo, quizá puede llegar a tener buenos resultados, pero todo por influencia de la mecanización y memorización. Aquí podríamos añadir que, al parecer, autonomía se relaciona con libertad. Dicha libertad -que en términos didácticos se traduce en el desarrollo de una devolución- llevaría a los alumnos a la búsqueda autónoma y creativa de soluciones, a explorar otras relaciones entre los datos del problema.

La enseñanza de las matemáticas no consiste en llevar a los alumnos a una serie de mecanizaciones, sino en permitirles que analicen por sí solos, y para ello es necesario promover la diversidad de estrategias, no porque los alumnos desconozcan el algoritmo con el que se resuelve un problema se van a omitir ese tipo de problemas. En esta investigación refiriéndose a los problemas de reparto, los alumnos de segundo grado muestran que hacen intentos, aproximaciones, tanteos, ellos pueden resolverlos sin usar el algoritmo de la división a través de estrategias informales, las cuales permitirán un mejor razonamiento matemático cuando en 3er grado se introduzca el algoritmo, asimismo si vamos un poco más allá, al dominar las estrategias informales en los problemas de reparto pueden servir para que en 3er grado se aproximen, incluso, a las fracciones, pero esto con una evolución en dichos problemas, presentando la variable de repartos inexactos.

Para mejorar la enseñanza de las matemáticas tenemos que introducirnos al mundo de los niños, dejarlos ser y aprender de ellos para mejorar la práctica docente, para ello es necesario analizarla desde los conceptos estudiados en la Normal, ponernos no en el lugar *del que sabe, sino en el de quien quiere aprender*, por eso los cuestionamientos a los niños. Aquí son de suma utilidad los videos y registros de clase.

#### *d) Diversificar la formación de maestros*

Sobre la formación de maestros Denis Butlen (2015) plantea varias ideas sugerentes que se relacionan con las ideas que aquí se han expuesto; para este autor el contenido y las

situaciones de la formación no se pueden circunscribir a un “repaso de las matemáticas y en paralelo a una adquisición de conocimientos sobre los alumnos y las técnicas de gestión del aula (incluida la observación de maestros experimentados)” (2015, p.2) Los niños tienen que aprender a resolver los problemas que propone el docente, y el docente tiene que saber gestionar didácticamente el proceso del alumno para que pueda resolver los problemas que él les propone. Esto implica que los profesores en formación identifiquen los desafíos del aprendizaje de los contenidos matemáticos y, al mismo tiempo, los itinerarios susceptibles de favorecer tales aprendizajes. Por eso nos propone diversificar las estrategias de formación: a) Presentar modelos de secuencias de enseñanza. b) Incluir la homología del saber, es decir, analizar situaciones matemáticas que puedan ser llevadas a la escuela primaria, c) Incorporar la transposición de recursos que provienen de la investigación didáctica (Butlen, 2015, p.5-7) Las ideas de este autor se podrían complementar o clarificar, si añadimos otras propuestas que van en el mismo sentido que las de Denis Butlen; por ejemplo Francia Leutenegger, Chantal Amade-Escot y Maria-Luisa Schubauer-Leoni (2014) proponen que los profesores en formación resuelvan tareas de observadores, analistas, diseñadores, ejecutores y evaluadores de actividades de enseñanza de las matemáticas. Esto podría llevarlos a las planeaciones propias, o bien, de docentes en servicio, a la búsqueda de secuencias de enseñanza relevantes que provienen de la investigación didáctica, Perrin Glorian (2011) las llama ingenierías de segunda generación. Con esto la formación inicial de maestros se diversifica al mismo tiempo que se complejiza. Una parte de este amplio recorrido es lo que se muestra en los argumentos que construye una maestra en formación, como los que aquí se presentan. ¿Cómo integrar o combinar las ideas anteriores para diseñar los mejores escenarios de formación posibles? ¿Cómo se articula el proceso de formación y la autoconstrucción profesional de profesores debutantes? No lo sabemos del todo, pero en esa búsqueda andamos.

## ANEXO

NOMBRE: \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Resuelve como puedas los siguientes problemas. Las anotaciones, dibujos u operaciones por favor escríbelas en la hoja.

### Problema 1

*Paco y Rosa gastaron 72 perlas en hacer 6 pulseras, ¿cuántas perlas pusieron en cada pulsera?*

### Problema 2.

*Juana repartió \$24 entre sus 6 amigos ¿cuánto dinero le dio Juana a cada amigo?*

### Problema 3.

*El papá de Pepe repartió \$72 entre sus 6 hijos, ¿cuánto dinero le tocó a cada hijo?*

### Problema 4

*Lola gastó 24 perlas en hacer 6 collares, ¿cuántas perlas puso en cada collar?*

### Problema 5.

*Lola va a elaborar collares, tiene 24 perlas y quiere poner 4 perlas en cada collar ¿Cuántos collares puede formar?*

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ávila, A. (2001). La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar. Tesis doctoral, UNAM, México.
- Bachelard, G. (2011) L'intuition de l'instant. Francia, Biblio Essais, Livre de Poche.
- Block, D. et al. (2013) Repartir y comparar. La enseñanza de la división entera en la escuela primaria. México, Cinvestav y Somos maestr@s.
- Bosch, M. y Gascón, J (2007) La miseria del "generalismo pedagógico" ante el problema de la formación del profesorado. Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo didáctico. España, Universidad de Jaén. pp .201-240
- Brousseau, G. (2007) Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires, Libros del Zorzal, pp.17-48
- Bustamante-Santos, A. y Flores Macías, R. (2017). Las reflexiones de Andrea: un análisis microgenético de la comprensión de la división en el contexto de un problema. Educación Matemática, 29(1), pp. 91-116. Consultado en: Bustamante.pdf (revista-educacion-matematica.org.mx)
- Butlen, D. (2015) Formation initiale et continue. Quels contenus, quelles stratégies pour les professeurs?. Conseil National d'évaluation du système scolaire (cnesco) Consultado en: [www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/23-Denis-Butlen.pdf](http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/23-Denis-Butlen.pdf)
- Fregona, D., Delprato, M. F., & Orús, P. (2017). La enseñanza de la división en la escuela primaria: proceso de estudio en una tarea colaborativa. *Cuadernos De Educación*, 15(15). Recuperado a partir de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/Cuadernos/article/view/19073>
- Goigoux, R. et al (2010) Mieux connaître les parcours de formation des enseignants débutants pour mieux les former. En Les parcours de formation des enseignants débutants. Francia, Presses Universitaires Blaise Pascal, pp. 25-44
- Kamii, C. y Dominick Ann (2010). Los efectos negativos de enseñar algoritmos en grados primarios (1ro al 4to) Trad. Nellie Zambrana. Pedagogía, 43(1), diciembre de 2010, ISSN 0031-3769, Puerto Rico pp. 59-73

- Leutenegger, F. Amade-Escot, Ch, Schubauer-Leoni, M. (2014). Interactions entre recherches en didactique(s) et formation des enseignants. Questions de didactique comparée. Francia, Presses Universitaires de Franche-Comté
- Perrin- Glorian, M. J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. En Margolinas, C., Abboud-Blanchard, M., Bueno-Ravel, L., Douek, N., Fluckiger, A., Gibel, P., Vandebrouck., F. & Wozniak., F. (coords). (2011). En amont et en aval des ingénieries didactiques. XVe école d'été de didactique de mathématiques. (vol.1) (pp. 57-74). France: La Pensée Sauvage
- Vergnaud, G. (2007) Activité Humaine et conceptualisation. Francia, Presses Universitaires du Mirail.