

6. IDONEIDAD DIDÁCTICA DE TAREAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN SERVICIO⁷¹

Víctor José Hoyos Prioló⁷², Lucia Yesenia Bustamante Meza⁷³, Eric Alberto Hernández
Sastoque⁷⁴

RESUMEN

El presente trabajo describe elementos teóricos y metodológicos que configuran el conocimiento didáctico-matemático, esencialmente tiene como propósito analizar la idoneidad didáctica de la implementación de una tarea de modelación matemática diseñada en un programa de formación.

En este proceso de valoración de la idoneidad didáctica, se realiza una reflexión detallada sobre la práctica docente en torno a las facetas que componen la dimensión didáctica en el mapa de conocimientos del profesor; las cuales son: epistémica, cognitiva, ecológica, mediacional, afectiva e interaccional; con estos componentes se analiza además el uso de las TIC en el proceso de modelación matemática desde un enfoque pedagógico que permea y reconfigura todo el proceso.


Se asume la perspectiva crítica de la modelación matemática en el diseño e implementación de la tarea de modelación, con la finalidad de promover el pensamiento sociopolítico de los estudiantes. Desde el aspecto metodológico, se conserva la racionalidad crítica aplicando una metodología evaluativa que busca la mejora en los procesos de enseñanza. Finalmente, los resultados presentados se derivan de un análisis cualitativo de los hechos acontecidos en una realidad particular, donde la formación de profesores en servicio

⁷¹ Derivado del proyecto de investigación: Modelación matemática con el uso de tic. evaluación de un programa de formación del conocimiento didáctico-matemático para profesores de educación básica secundaria y media.

⁷² Ingeniero Industrial, Universidad de Córdoba, Magíster en Gestión de la tecnología educativa, Universidad de Santander, Estudiante de Doctorado en Ciencias de la Educación, Universidad del Magdalena, correo electrónico: victorhoyosjp@unimagdalena.edu.co.

⁷³ Licenciada en Computación/Ingeniera de Sistemas, Universidad del Zulia, Magister en Computación Aplicada, Universidad del Zulia, Doctora en Ciencias de la Educación, Universidad Rafael Bellosillo Chacín, Docente en categoría Asociado, Universidad del Magdalena, correo electrónico: lbustamante@unimagdalena.edu.co.

⁷⁴ Licenciado en Matemática y Física, Universidad del Magdalena, Magíster en Ciencias Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Doctor en Educación, Universidad de Antioquia, Posgrado, Institución, Docente de planta, Universidad del Magdalena, correo electrónico: ehernandezs@unimagdalena.edu.co.



constituye una vía para transformar las formas de enseñar la modelación matemática en las aulas, utilizando herramientas teóricas y metodológicas derivadas de la investigación, como lo son el enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos y la modelación matemática.

ABSTRACT

This paper describes theoretical and methodological elements that configure didactic-mathematical knowledge. Essentially, its purpose is to analyze the didactic suitability of the implementation of a mathematical modeling task designed in a training program.

In this didactic suitability assessment process, a detailed reflection on the teaching practice is carried out on the facets that include the didactic dimension in the teacher's knowledge map, these components are: epistemic, cognitive, ecological, mediational, affective and interactional; with these components, the use of ICT in the mathematical modeling process is also analyzed from a pedagogical approach that permeates and reconfigures the entire process.

The critical perspective of mathematical modeling is assumed in the design and implementation of the modeling task, with the aim of promoting students' sociopolitical thinking. From the methodological aspect, critical rationality is preserved by applying an evaluative methodology that seeks to improve teaching processes.

The results presented are derived from a qualitative analysis of the events that took place in a particular reality, where in-service teacher training constitutes a way to transform the manners of teaching mathematical modeling in the classroom, using theoretical and methodological tools resulting from research, such as the Ontosemiotic approach to Mathematical Knowledge and Instruction and mathematical modeling.

PALABRAS CLAVE: Idoneidad didáctica, Tarea de modelación matemática, Formación de profesores, TIC.

Keywords: Didactic suitability, Mathematical modeling task, Teacher training, ICT.

INTRODUCCIÓN


La búsqueda constante de respuestas a la pregunta ¿Cuándo la enseñanza matemática es idónea? ha despertado el interés de la comunidad científica proponiéndose así, diversas teorías alrededor de las condiciones que debe cumplir el proceso de enseñanza matemática para ser idóneo o de calidad. Pregunta que se considera abierta, entendiendo la educación matemática como una corriente epistémica social y dinámica que se construye con el ejercicio investigativo.

Entre las nociones que se tejen alrededor de una enseñanza idónea, Schoenfeld y Kilpatrick (2008) introdujeron la noción de proficiencia en la instrucción matemática, interpretada en términos de competencias profesionales del profesor. Estos autores articulan las dimensiones: conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud, reconocer a los estudiantes como personas pensantes que aportan conocimiento desde sus propias interpretaciones, reconocer a los estudiantes como sujetos de aprendizaje, plantear y gestionar ambientes de aprendizaje, establecer normas de la clase en la comunidad de aprendizaje, establecer relaciones que faciliten el aprendizaje, reflexionar sobre la práctica propia.

Se puede decir que, Schoenfeld y Kilpatrick dejan abierto el debate con su propuesta de la teoría de la proficiencia en la enseñanza de la matemática, que como toda corriente teórica busca su desarrollo hacia nuevos descubrimientos y nuevas propuestas. Godino y colaboradores desde el EOS, integran la noción de idoneidad didáctica, para referirse a las mejoras a las que puede estar sujeta la enseñanza de la matemática para que cumpla con ciertos criterios de calidad.

La idoneidad didáctica de un proceso de enseñanza se puede definir como: el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como idóneo (optimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (Godino, 2017, p.13).

Desde las contribuciones hechas por el enfoque otosemiótico EOS la idoneidad didáctica se define como la concatenación, coherente y sistémica de seis componentes que se relacionan con las facetas presentes en la dimensión didáctica del conocimiento didáctico-




matemático: la idoneidad epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica.

En síntesis, Godino (2013) concluye que la Teoría de la Idoneidad Didáctica busca interrelacionar las diferentes facetas que se configuran en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática, en las cuales se establece un sistema de indicadores introducidos en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006). Estos indicadores constituyen una herramienta potente orientada para intervenir el proceso didáctico de manera efectiva en el aula.

Así mismo, en un ambiente de enseñanza donde no se implementen metodologías que respondan a las características de los contextos sociales particulares; propician el rechazo y la falta de interés hacia el aprendizaje de la matemática. En este sentido, diversas investigaciones muestran que existe en el salón de clase, una desconexión entre el contenido y sus aplicaciones, lo cual genera un bajo rendimiento académico de los estudiantes (Niss, Blum y Galbraith, 2007). En ese contexto, Campos (2016), señala que la enseñanza de la matemática reclama un cambio que promueva tanto en docentes, como en estudiantes una mejor y mayor utilización de esta fuera del contexto escolar. Pero para lograr esta meta es necesario olvidar los viejos hábitos, encontrar nuevas y mejores metodologías y promover la reflexión docente sobre a propia práctica.

En Colombia y otros países de la región, se ha evidenciado que la enseñanza matemática se imparte en forma tradicional, siguiendo rigurosamente lineamientos planteados desde un currículo escolar poco contextualizado. Condiciones como, la falta de programas educativos para los docentes en servicio, disponibilidad de tiempo y la falta de iniciativa; son factores que limitan la implementación, de tareas reales de modelación matemática en los salones de clases de la educación en los niveles de básica secundaria y media (Zaldívar, Quiroz, Medina, 2017).

En su investigación Gallart (2016) plantea la urgencia de implantar transformaciones metodológicas en la instrucción matemática a nivel de educación secundaria, así como el diseño de nuevos instrumentos que contribuyan al desarrollo de las competencias matemáticas. Para ello, en su estudio utilizó un conjunto de tareas de modelación desde tres diferentes enfoques: a) Que abarcaran por completo el ciclo de modelación, específicamente en las fases de trabajo matemático y de interpretación de los resultados obtenidos en la vida




real (grado de cobertura); b) Que se ubicaran en la realidad, lo que permitiera el trabajo con información matemática y no matemática (radio de acción); c) Que incorporaran diversos conceptos matemáticos con distintos grados de dificultad (nivel técnico).

En Villa-Ochoa, Castrillon y Sánchez (2017) se hace una importante clasificación sobre tipología de las tareas de modelación matemática implementadas en clase, se plantea una clasificación representada en cuatro categorías generales “(i) enunciados verbales, (ii) construcción de representaciones, (ii) modelación a través de proyectos, y (iv) uso y análisis de modelos” (Villa-Ochoa et al., 2017, p.228). Algunas de estas categorías están compuestas por subcategorías, lo que delimita de manera más específica la clasificación de las tareas de modelación.

En un contexto no muy distante, Barbosa analiza la noción tarea de modelación bajo el concepto entorno de aprendizaje de modelación. Este autor expone que, el entorno de aprendizaje de modelación, basado en la indagación y la investigación, se diferencia de la forma en que la enseñanza tradicional, visiblemente hegemónica en las escuelas, busca establecer relaciones con otras disciplinas y la vida cotidiana (Barbosa, 2001). Barbosa, comparte una perspectiva crítica de la modelación matemática donde hace resistencia a un currículo tradicional estandarizado hegemónicamente impuesto.

Proponer escenarios, ambientes o tareas de modelación matemática desde la perspectiva crítica puede significar una tarea compleja para el profesor, porque no se ha establecido una fórmula que guíe este proceso, además, establecer una guía estandarizada para este proceso, atenta contra la racionalidad crítica que se pretende. Sin embargo, en Mancera, Camelo, Amaya y Oliveros (2014) se sugiere que, la modelación en el aula; primero deberían iniciar por detectar las disposiciones e intenciones del grupo de estudiantes implicados, y segundo los datos necesarios para el planteamiento de la tarea deben ser propuestos en contextos sociales relevantes de dicho grupo.

La formación permanente del profesorado tanto en el conocimiento didáctico, como en la modelación matemática es uno de los propósitos de este estudio, para lo cual se considera como una alternativa de formación, los programas educativos en el conocimiento didáctico-matemático para docentes, basados en la modelación matemática, que permitan establecer vías de transformación en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Alsina (2007),



señala que “los cambios en las aulas de clase de matemáticas serán posibles a través de los cambios en la formación de los docentes” (p.92).

La formación continua del profesorado que se define como un proceso interminable de actualización que busca el desarrollo profesional de los profesores. Esta se concibe como, una actividad de afianzamiento personal y profesional, que involucra al que se forma en la clarificación de las opciones posibles para su quehacer pedagógico (Medina, 1994). Como base para el desarrollo de la formación continua son necesarios: los conocimientos disciplinares, conocimiento general pedagógico, conocimiento del currículo, conocimiento pedagógico y didáctico, conocimiento de los alumnos, conocimiento del contexto educativo, conocimientos de los propósitos, valores educativos, bases epistemológicas e históricas y la reflexión pedagógica Escudero, González y Rodríguez (2018). Sin embargo, en lo que concierne a la presente investigación; la formación docente se centra en el conocimiento disciplinar y didáctico específicamente sobre el proceso de modelación matemática.

Particularmente en el tema de la modelación matemática en la formación de profesores Borromeo-Ferri (2018) propuso un modelo de competencias necesarias para la enseñanza de la modelación matemática, que se configura en cuatro dimensiones: una teórica que articula los conocimientos sobre el ciclo, objetivos, perspectivas y tipos de tareas de la modelación matemática; una dimensión tareas de modelación que abarca las distintas soluciones, el análisis cognitivo y la formulación de tareas de modelación matemática; una dimensión instruccional configurada por la planeación, implementación y evaluación de tareas de modelación y una dimensión diagnóstica donde el docente debe reconocer las fases del proceso de modelación, identificar las dificultades y errores e intervenir, apoyar y retroalimentar el proceso.

Concretamente, este documento tiene como propósito presentar los resultados obtenidos en la valoración de la idoneidad didáctica de una tarea de modelación matemática diseñada e implementada por un grupo de profesores de educación secundaria y media, en el marco de un programa de formación del conocimiento didáctico matemático en modelación matemática, que aborda la noción idoneidad didáctica para promover la reflexión sobre la práctica.


MATERIAL Y MÉTODOS

La metodología empleada en la investigación de donde se deriva el presente documento se enmarca en un paradigma socio-critico. Porque, este trabajo posibilitó vías de transformación de la realidad partiendo del estudio de un contexto educativo particular, se implementó una investigación evaluativa específicamente la evaluación de programas educativos, donde se establecieron tres fases del proceso: una primera fase de caracterización de las necesidades formativas, una segunda fase de diseño e implementación de un programa de formación y una tercera fase de implementación.

La investigación evaluativa, según Vega, Torres y Cerna (2013), es aquella que nos permite emitir juicios, toma de decisiones en la mejora de la efectividad de un programa a través de la recolección sistemática de la información. En ese mismo contexto, Briones (1991, citado por Hurtado, 2012), señala que la investigación evaluativa estudia el diseño, la implementación y los resultados de un programa con el objetivo de suministrar información de la cual se puedan extraer criterios útiles para tomar decisiones con relación a la administración y desarrollo del programa evaluado.

La evaluación se entiende como “la valoración, a partir de criterios y referencias preespecificados, de la información técnicamente diseñada y sistemáticamente recogida y organizada, sobre cuantos factores relevantes integran los procesos educativos para facilitar la toma de decisiones de mejora” (Pérez-Juste 2000, p. 269). En esta investigación particularmente, se asume como referencias preespecificadas los criterios e indicadores de idoneidad didáctica que se plantean en el EOS, donde se valoran las facetas: epistémica, cognitiva, ecológica, afectiva, interaccional y mediacional como lo plantean (Godino, 2009, 2011, 2016; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013; Pino-Fan y Godino, 2015).

Consiguientemente, en la investigación aquí presentada se asumió el principio de complementariedad metodológica sugerida para los tipos de investigación evaluativa, pues de esta manera se obtiene mayor riqueza posible en la información obtenida Pérez-Juste (2000). Atendiendo a la complejidad del estudio, y para tener una visión más integral del funcionamiento del programa, donde se involucra la parte humana en la toma de decisiones de los docentes hacia la transformación de sus prácticas, se consideró utilizar una investigación multimétodo, aplicado varias técnicas de recolección de datos. Sin embargo, en el presente documento se muestra el resultado parcial obtenido en el proceso investigativo



que correspondió a un análisis cualitativo de la aplicación de una guía de valoración de la idoneidad didáctica a una clase donde se implementó una tarea de modelación matemática.

Para el resultado descrito el presente documento, se asumió desde el enfoque cualitativo, como técnica: La observación participante y como instrumentos, se utilizaron una guía de valoración de la idoneidad didáctica y el grupo de discusión. En la observación participante, el investigador estuvo involucrado de manera reflexiva en el desenvolvimiento del programa y como dirigente del grupo de discusión, atendiendo la definición presentada por Piñero y Rivera (2013), que la definen como una “técnica de acercamiento interactivo del investigador con el mundo vivido por los sujetos investigados” (p. 100), donde su actuación es clave para el proceso de observación.

Se diseñó una Guía de valoración de la idoneidad didáctica, conformada por 26 indicadores o criterios de idoneidad didáctica, que miden la Dimensión matemática, la Dimensión Didáctica y la Dimensión didáctico-tecnológica con sus respectivas subdimensiones, con tres alternativas de valoración: Baja, Media, Alta; el mismo fue aplicado en el grupo de discusión para evaluar si esos indicadores estaban presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje trabajando con la tarea de modelación matemática en el aula.

El grupo de discusión, según Porto y Ruiz (2014), fue mencionado por primera vez por Jesús Ibáñez en 1979, se le conoce como la versión europea del Focus group, el cual “consiste en reunir a un grupo entre seis y diez personas y suscitar entre ellas una conversación sobre el tema objeto de la investigación, la cual debe estar dirigida por el autor del estudio” (p. 255). Según Piñero y Rivera (2013), para la aplicación de esta técnica, se requiere que “el investigador prepare y documente adecuadamente la temática central de la discusión dialógica” (p. 115), sirva de moderador, sin participar en la producción de ideas; además, señala, que se debe seleccionar un ambiente adecuado, contar con los equipos técnicos necesarios, evitar lo menos posible las interrupciones, atendiendo los requerimientos de refrigerio y suministro de líquido.

En toda investigación se debe precisar cuáles serían las unidades de estudio, que según Hurtado (2012) las elige el investigador sobre el cual se va a realizar el estudio. Arias (2012), define población como “un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para las cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación...” (p. 81) y en

ese sentido, Palella y Martins (2012), la definen como: “un conjunto de unidades de las que desea obtener información sobre las que se va a generar conclusiones” (p. 105).

Como lo señala Arias (2012), están pueden ser finitas o infinitas, si la población es muy numerosa, hay que seleccionar una muestra, la cual según este autor es: “un subconjunto representativo y finito que se extrae de la población accesible” (p. 83). Y, que para seleccionar la muestra representativa se utilizan técnicas denominadas muestreo y que estos pueden ser probabilísticos y no probabilísticos. Dentro del muestreo probabilístico, está el muestreo al azar simple, el muestreo al azar sistemático, muestreo estratificado y el muestreo por conglomerados. Dentro del muestreo no probabilístico, se tiene, el muestreo casual o accidental, muestreo intencional u opinático y muestreo por cuotas.

En ese sentido, para llevar a cabo la aplicación del programa de formación se seleccionó como muestra toda la población, asumiéndose un muestreo intencional, ya que la misma quedó conformada por los 10 docentes que orientan clases de matemática en secundaria y media en dicha institución. Según Fontaines (2012), “este tipo de muestra surge de la necesidad e intuición del investigador al seleccionar grupos a conveniencia basado en el supuesto de que los sujetos tienen las características vinculadas con la razón de la investigación” (p. 141).

RESULTADOS

En esta sección se presenta como resultado parcial de la investigación la valoración de la idoneidad didáctica por parte de los profesores participantes en el programa de formación, de una tarea de modelación diseñada en el grupo de discusión e implementada con alumnos del grado once del nivel de educación media en la Institución Educativa Cristóbal Colón de la ciudad de Montería Córdoba Colombia. La tarea en cuestión es la siguiente:

Grupo de Docentes: *Muertes por COVID 19 en el primer semestre del 2021 en Montería. En la tabla 3 se muestran el número de muertes semanales por Covid19 en Montería en el primer semestre del 2021. Represente mediante un modelo matemático el comportamiento de los datos de las muertes por Covid19 registradas apoyado con una herramienta TIC y responda: ¿Cómo*

describes el comportamiento de los datos? ¿Crees que las medidas tomadas por el gobierno local han mitigado los efectos de la pandemia? ¿Estás de acuerdo con la apertura económica decretada por el gobierno? ¿Cuál crees que es la mayor causa de muertes y contagios en la ciudad?"


Tabla 1. Número de muertes por Covid19 en Montería en el primer semestre del 2021

Sem1	Sem2	Sem3	Sem4	Sem5	Sem6	Sem7	Sem 8	Sem 9	Sem 10
5	6	13	11	27	31	26	25	28	28
Sem11	Sem12	Sem13	Sem14	Sem15	Sem16	Sem17	Sem18	Sem19	Sem 20
33	44	47	43	46	56	52	48	55	82
Sem21	Sem22	Sem 23	Sem 24	Sem25	Sem26				
76	85	116	96	120	178				

Nota. Datos tomados de <https://github.com/CSSEGISandData/COVID-19>

(Grupo de Discusión, 2021)

Para esta valoración se aplicó la guía descrita anteriormente en la sección material y métodos, denominada guía para la valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción matemática de acuerdo con Godino (2011) y Godino et al. (2013) designada como GVID-IM, que incluye un conjunto de indicadores o criterios de idoneidad didáctica de procesos de instrucción matemática, sustentados en el sistema teórico EOS, la cual fue adaptada en esta investigación para valorar el proceso de instrucción en la implementación de una tarea de modelación matemática. No obstante, el proceso educativo se asume como un proceso social que se materializa en la interacción humana, lo que lo hace inevitablemente complejo. Por lo tanto, en los aportes de Godino (2011) y Godino et al. (2013), el proceso de valoración de la idoneidad didáctica no se concibe con el propósito de aplicar escalas valorativas cuantitativas o cualitativas ordinales para su evaluación. Si no, lo que se busca es la descripción de la presencia de ciertos criterios que hacen que el proceso de instrucción matemática cumpla con determinadas características que permiten calificarlo como idóneo para el aprendizaje de los alumnos (Godino, 2009; 2011; 2013; 2017; 2021; Godino et al., 2013). Sin embargo, en esta investigación se llevó a cabo la reconfiguración de la guía de




valoración de la idoneidad didáctica y se propuso una escala ordinal donde los profesores participantes del grupo de discusión valoraron en consenso como, alta, media o baja la idoneidad didáctica en cada una de las dimensiones planteadas en esta investigación: Matemática, Didáctica y Didáctico-Tecnológica; presentes en la implementación de la tarea de modelación matemática diseñada.

Los resultados obtenidos en el grupo de discusión referentes a la dimensión matemática valoraron dos subdimensiones: el conocimiento común del contenido y el conocimiento ampliado del contenido (Pino-Fan y Godino, 2015). Dentro del conocimiento común del contenido, en el grupo de discusión se generó el debate sobre el indicador conocimiento que el profesor tenía sobre los propósitos de la modelación matemática el cual se valoró alto. Puesto que, la modelación matemática crítica y sus propósitos fueron discutidos en una de las sesiones de formación. También, se valoró si el profesor soluciona tareas de modelación matemática, el cual se valoró alto porque se demostró que, para el nivel educativo en que se trabajó la tarea; el docente demostró la capacidad de resolver usando diferentes representaciones tareas de modelación matemática con relación al contenido sugerido en el currículo.

La valoración del conocimiento ampliado del contenido (Hill, Ball y Schilling, 2008; Ball, Hoover y Phelps, 2008) en la dimensión matemática se realizó a partir de los indicadores que dieron cuenta si el profesor: plantea varias soluciones a la misma tarea de modelación matemática con una valoración alta, relaciona el contenido matemático del nivel escolar en que trabaja con contenido matemático de niveles educativos superiores con una valoración baja y relaciona el contenido matemático con otras áreas con una valoración alta. La perspectiva crítica de la modelación matemática da especial relevancia a la reflexión partiendo de contextos sociales donde el contenido matemático es una vía para explicar y describir fenómenos sociales y cuestionar el contexto político (Camelo y Fresneda, 2019). Esta perspectiva contribuyó a que, durante la implementación de la tarea de modelación diseñada con estudiantes se evidenciara alto contenido del contexto. Sin embargo, el profesor no estableció relaciones con el contenido matemático de niveles educativos superiores para ampliar expectativas en los estudiantes.


La reflexión sobre la propia práctica es una competencia implícita en el sistema de conocimientos del profesor de matemáticas (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).



Esta competencia se abordó en el programa de formación durante el ejercicio de valoración de la idoneidad didáctica y dentro de la dimensión didáctica del CDM en este trabajo se analizaron las idoneidades: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional y ecológica para el proceso de instrucción desarrollado durante la implementación de la tarea de modelación matemática diseñada por los profesores. Es preciso aclarar que, la faceta mediacional perteneciente al CDM es analizada como la dimensión didáctico-tecnológica intentando imbricar al EOS el dominio TPACK.

Durante el proceso de instrucción analizado por el grupo de discusión se valoró alta la idoneidad epistémica. Puesto que, para el nivel escolar en el cual se implementó la clase, se cumplieron los indicadores siguientes: el profesor propuso contextos que generan tareas de modelación matemática, se utilizaron diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica y simbólica) y se promovió la argumentación. El grupo de profesores participantes determinó una alta idoneidad epistémica, teniendo en cuenta que la tarea de modelación matemática implementada fue previamente planeada con base en un contexto real y se relacionó según ellos adecuadamente con el contenido matemático, además, durante la solución de esta tarea se representaron datos en diferentes formatos, gráfico, numérico y algebraico utilizando una herramienta tecnológica.

El análisis cognitivo de tareas de modelación se propone desde la investigación en modelación matemática; Borromeo-Ferri (2018) integra al modelo de competencias, necesarias para la enseñanza de la modelación matemática, la competencia análisis cognitivo de tareas de modelación matemática; donde el propósito planteado es desarrollar en el profesor la habilidad de identificar y describir las dificultades y aciertos que los estudiantes experimentan durante el proceso de modelación matemática. Esta postura, por supuesto guarda relación con la idoneidad cognitiva propuesta desde el EOS. Esta idoneidad se valoró teniendo en cuenta los siguientes indicadores: la situación planteada acorde al nivel cognitivo de los estudiantes, se incluyeron actividades de ampliación y refuerzo, se promovió el acceso al logro de todos los estudiantes y los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema. Esta idoneidad se ubicó con una valoración media, puesto que, no hubo consenso en la valoración de los indicadores por parte de los profesores participantes; dos indicadores fueron valorados altos, el grupo de discusión determinó que la tarea estaba acorde al nivel cognitivo de los alumnos y por supuesto ellos tenían conocimientos previos




para resolverla. Sin embargo, durante el desarrollo de la clase el profesor no se preocupó por verificar si, todos los estudiantes habían alcanzado los aprendizajes pretendidos, actividad que según el grupo se dificultó por la utilización de un medio virtual para la enseñanza. Tampoco, se incluyeron actividades o situaciones de ampliación y refuerzo aspecto atribuido al poco tiempo disponible para la clase.

La faceta afectiva merece ser analizada con más detalle en futuras investigaciones. En la sesión del programa educativo diseñado e implementado donde se valoró la idoneidad afectiva con base en los indicadores: los alumnos tienen interés en la clase y se promovió la participación en las actividades, los profesores participantes en el análisis expresaron que mediante una clase virtual se dificultó identificar las emociones experimentadas por los alumnos durante la solución de la tarea propuesta. Sin embargo, el contexto actual y real de la situación presentada motivó en los alumnos su solución y análisis, aunque el profesor no evidenció en sus modos de actuación formas para motivar la participación de todos los alumnos. Por tanto, esta idoneidad obtuvo una valoración media.

El análisis y valoración de la idoneidad interaccional por parte de los profesores participantes en el grupo de discusión se realizó con base en los siguientes indicadores: el profesor interviene en la solución de los conflictos de los alumnos, hace una presentación adecuada del tema, favorece el dialogo y la comunicación entre los estudiantes y observa sistemáticamente el progreso cognitivo de los alumnos. Primeramente, el grupo de profesores reconoce que la comunicación y las interacciones mediante una clase virtual ocurre de formas diferentes a lo acostumbrado en una clase presencial. Sin embargo, esta idoneidad obtuvo una valoración media, el grupo de profesores afirmó que, hubo indicadores que no se evidenciaron durante la implementación de la tarea como, la observación sistemática y la intervención en los conflictos. No obstante, se consideró que el profesor hizo una adecuada presentación de la tarea y favoreció el debate entre los estudiantes motivado por la organización de grupos de trabajo.

La faceta ecológica se valoró teniendo en cuenta los indicadores: el profesor hace énfasis en la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico, los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares y relaciona los contenidos con otros contenidos intra e interdisciplinarios. Esta idoneidad obtuvo una alta valoración por parte del grupo de discusión, quienes consideraron que el contexto de la tarea




estableció fuertes conexiones entre la realidad y el contenido matemático promoviendo la formación de ciudadanía y pensamiento crítico, propósito que también se plantea desde la perspectiva crítica de la modelación matemática (Barbosa, 2004; Araújo, 2002, 2009, 2012; Araújo y Barbosa, 2005; Mancera, 2020). La planeación previa del contenido matemático pretendido con la tarea propuesta partió del currículo y también, la naturaleza de la tarea diseñada e implementada con fundamentos en la perspectiva crítica de la modelación matemática facilitó una relación interdisciplinaria con otras áreas del conocimiento, como las ciencias sociales.

Seguidamente, se describe el resultado de la valoración de la dimensión Didáctico – Tecnológica, conformada por dos subdimensiones: el conocimiento tecnológico del contenido y el conocimiento tecnológico pedagógico. En primera instancia el conocimiento tecnológico del contenido se valoró con base en los indicadores: demuestra experiencia en el uso de herramientas TIC y conoce el rol de las TIC en el proceso de modelación matemática. Previo a la sesión de este ejercicio de análisis de valoración se realizaron sesiones de formación dentro del programa relacionadas con el uso de herramientas TIC en el proceso de enseñanza de la modelación matemática. Por tanto, uno de los resultados de este programa de formación fue el desarrollo de la competencia digital de los profesores, en consecuencia, esta subdimensión obtuvo una valoración alta, el profesor al momento de implementar la tarea le sugirió a los estudiantes el uso de una herramienta TIC, además, conoció durante las sesiones de formación cual es el rol de las TIC durante la solución de una tarea de modelación matemática.

Con referencia al conocimiento tecnológico pedagógico, este se valoró con base en los indicadores: selecciona herramientas TIC en la solución de una tarea de modelación matemática e identifica las fases del proceso de modelación matemática donde intervienen las herramientas TIC, según el grupo de discusión el profesor seleccionó adecuadamente el Geogebra para que los estudiantes obtuvieran el modelo que representara los datos presentados en la tarea diseñada e implementada. También, el profesor que implementó la tarea es consiente que el Geogebra se utilizó en la fase de obtención del modelo, es decir, en la matematización. Por ello, la dimensión Didáctico-Tecnológica se valoró alta.

Finalmente, los hechos relatados en esta sección resultaron de la reflexión del grupo de discusión sobre sí; el proceso de instrucción donde se implementó la tarea de modelación




matemática, cumplió con una serie de criterios e indicadores que lo hacen adecuado o idóneo, es decir, el propósito de este ejercicio fue desarrollar en los profesores participantes la capacidad de valorar la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción matemática en la implementación de una tarea de modelación matemática.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Concretamente, este documento se derivó de un ejercicio práctico desarrollado en el marco de una investigación en educación matemática donde se analizó el proceso de modelación matemática; cuyo objetivo general fue evaluar los efectos de la implementación de un programa educativo diseñado para la formación del conocimiento didáctico-matemático en modelación matemática con el uso de TIC en los procesos de enseñanza de los profesores de educación básica secundaria y media; según los criterios idoneidad didáctica que se plantean en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. La modelación matemática se abordó desde la perspectiva crítica con el propósito de dar relevancia al análisis social y político de contextos socialmente relevantes para los estudiantes, que se promueve desde las tareas de modelación.

Durante las sesiones de formación propuestas en esta investigación se caracterizaron las tareas de modelación matemática desde diferentes enfoques. Lo que contribuyó a que, producto de la formación se diseñaran tareas de modelación desde una perspectiva crítica, de las cuales una de ellas fue implementada en un grupo de estudiantes y luego se analizó la idoneidad didáctica bajo las concepciones del EOS. De manera particular, se logró determinar que en el proceso de enseñanza con modelación matemática resulta importante que el profesor diseñe, implemente y evalúe tareas de modelación matemática partiendo de realidades cercanas al grupo de estudiantes que atiende. En ese sentido, se requiere a un profesor con un alto conocimiento disciplinar y didáctico, que desarrolle la habilidad de entrelazar el contenido matemático con la realidad social e histórica desde la modelación matemática.

Mediante la formación docente se logró demostrar que es posible construir ambientes de aprendizaje basados en la modelación matemática partiendo de contextos sociales donde el contenido matemático emerge con la práctica. Esto se posibilitó con la conformación de grupos de discusión donde el debate pedagógico facilitó la construcción colectiva del conocimiento en torno al conocimiento didáctico-matemático en modelación matemática. Además, hacer uso pedagógico de las TIC integrando al proceso de enseñanza con modelación matemática herramientas que asistan algunas de las fases del ciclo de modelación matemática, es un tema indispensable para la realidad educativa actual. Puesto que, las TIC




posibilitan otras formas de análisis y representación matemática que de forma guiada pueden contribuir a mejorar la enseñanza y el aprendizaje.

Un tema esencial estudiado en esta investigación fue la tarea de modelación matemática, inclusive, el grupo de profesores participantes expuso un sistema de prácticas al resolver tareas de modelación matemática diseñadas en los espacios de debate. Esto permitió observar las distintas formas de representaciones y lenguajes que emergieron de las prácticas matemáticas en el grupo de discusión y de esta forma se develó la importancia que tiene para el tratamiento de la modelación matemática el trabajo grupal.

La noción de idoneidad didáctica propuesta desde el EOS en los trabajos de Breda, Font, do Rosario y Villela (2018); Godino (2009); Godino (2011); Godino (2016); Godino (2021); Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) se utilizó como herramienta de análisis, de ésta se adaptaron los indicadores de idoneidad didáctica para valorar el conocimiento didáctico matemático en modelación matemática con el uso de las TIC. Esto se logró mediante, la configuración de una guía para la valoración de la idoneidad didáctica en la implementación de la tarea de modelación diseñada por el grupo de discusión. El grupo de profesores no conocía esta noción como un instrumento de análisis, que les permitiera reflexionar sobre su trabajo pedagógico y como consecuencia mejorarlo. Los docentes manifestaron que, la organización de las diferentes idoneidades (epistémica, cognitiva, ecológica, etc.) les permite analizar en detalle el proceso didáctico en la enseñanza matemática.

La formación continua y los programas de formación para profesores de matemática en servicio constituyen una necesidad latente en el sistema educativo colombiano. La formación continua y programas de formación no fueron categorías teóricas estudiadas en profundidad en esta investigación, puesto que, el objetivo se centraba en otros asuntos. Sin embargo, se encontró que, en Colombia hace falta un sistema organizado que articule la formación continua de profesores de matemáticas con los otros niveles de formación de profesores (Guacaneme, Obando, Garzón-Alvarado y Villa-Ochoa, J, 2013). No obstante, la conformación de quipos de trabajo docente que faciliten el diagnóstico de necesidades de formación, las propuestas de alternativas de autoformación y la investigación en educación matemática constituyen vías para el desarrollo profesional docente. Particularmente, en este trabajo se abordó la reflexión sobre la práctica mediante la valoración de la idoneidad




didáctica del proceso de enseñanza de una tarea de modelación matemática diseñada durante la formación; proceso que, contribuyó en la mejora del trabajo docente que no sólo se limita a la enseñanza y la gestión de contenidos, sino también a la valoración colectiva de la práctica docente en el aula con el propósito de mejorar continuamente en la búsqueda de una enseñanza idónea.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, C. (2007). Less chalk, less words, less symbols... more objects, more context, more actions. En W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn y M. Niss (eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14th ICMI Study*, 10(21), 35-44. <http://doi.org/10.1007/97803872982212>.
- Araújo, J. (2002). *Cálculo, tecnologías e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. Unpublished Doctoral Thesis, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Araújo, J. (2009). *Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica*. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. (2012). *Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática*. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 839-859. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300005>
- Araújo, J., & Barbosa, J. (2005). *Face a face com a modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade?* *Boletim de Educação Matemática*, 18(23), 1-17.
- Arias, F. (2012) *El proyecto de investigación. Introducción a la investigación científica*. 6ta edición. Editorial Episteme. Caracas. Venezuela.
- Ball, D., Hoover, M., & Phelps, G. (2008). *Content Knowledge for Teaching: ¿What Makes It Special?* *Journal of Teacher Education*, 389-407
- Barbosa, J. (2001). *Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico*. *Reunião anual da ANPED*, 24(7), 1-15.
- Barbosa, J. (2004). *Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como*. *Por que*, 73-80.
- Borromeo-Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer International Publishing
- Breda, A., Font, V., do Rosário, M., & Villela, M. (2018). *Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico*. *Transformación*, 14(2), 162-176.
- Camelo, F., y Fresneda, E. (2019). *La competencia democrática desde ambientes de modelación matemática: reflexiones con estudiantes de grado quinto*.
- Campos, C. (2016). *La educación estadística y la educación crítica*.

- Escudero, M., González, M., & Rodríguez, M. (2018). Los contenidos de la formación continuada del profesorado: ¿Qué docentes se están formando? [The contents of in-service teacher education: What teachers are being trained?]. *Educación XX1*, 21(1), 157-180, doi: 10.5944/educXX1.15807
- Fontaines, T. (2012). *Metodología de la investigación. Enfoques y tendencias*. Editorial sigma Venezuela
- Gallart, C. (2016). *La modelización como herramienta de evaluación competencial*. Tesis doctoral. Universitat Politècnica de Valencia. España.
- Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (20), 13-31.
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educacao Matemática (págs. 1-20). Recife, Brasil: (CIAEM-IACME).
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 111-132.
- Godino, J. (2016). *La idoneidad didáctica como herramienta de análisis y reflexión sobre la práctica del profesor de matemáticas*. Granada: Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO).
- Godino, J. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone, & M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1-20). Universidad de Granada: CIVEOS.
- Godino, J. D. (2021). De la ingeniería a la idoneidad didáctica en educación matemática. *Revemop*, e202129, 1-26.
- Godino, J., Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT*, 46-74
- Godino, J., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 221- 252.

- Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Guacaneme, E., Obando, G., Garzón-Alvarado, D., & Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 8. 11-49.
- Hill, H., Ball, D., & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teacher's Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal of Research in Mathematics Education*, 372-400.
- Hurtado, J. (2012). Metodología de la investigación holística. 3ra edición. Caracas: Editorial SYPAL
- Mancera, G. (2020). Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica. (Doctorado). Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Mancera, G., Camelo, F., Amaya, C., y Oliveros, G. (2014). Aspectos políticos y críticos en las prácticas de modelación matemática escolar. Recuperado de: <https://bit.ly/3yyE0TY>
- Medina, A. (1994). La formación continua del profesorado desde una perspectiva colaborativa. *Innovación educativa*.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss(Eds), *Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI Study* (Vol. 10, pp. 3-32). Doi: 10.1007/9780387298221
- Palella, S. y Martins, F. (2017). Metodología de la investigación cuantitativa. Cuarta Edición. Caracas: Fondo editorial de la universidad pedagógica Libertador (FEDEUPEL)
- Pérez-Juste, R. (2000). La evaluación de programas educativos: conceptos básicos, planteamientos generales y problemática. *Revista de Investigación Educativa*, (18) 2, 261-287.
- Pino-Fan, L., & Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1).
- Piñero, M y Rivera M. (2013). Investigación cualitativa: orientaciones y procedimientos. UPEL-IPB. Barquisimeto. Venezuela

- 
- Porto, L., y Ruiz, J. (2014). Los grupos de discusión. En K. Sáenz López, & G. Támez González, Métodos y técnicas cualitativas y cuantitativas (págs. 253-273). México D.F., México: Tirant Humanidades.
- Schoenfeld, A., y Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh & T. Wood (eds.), Tools and Processes in Mathematics Teacher Education (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Vega, R., Torres, T. y Cerna, R. (2013). Revisión documental acerca de la investigación evaluativa", en Contribuciones a las Ciencias Sociales, Febrero 2013, www.eumed.net/rev/cccss/23/investigacion-evaluativa-politicas-publicas-mexico.html
- Villa-Ochoa, J., Castrillon, A., & Sánchez, J. (2017). Tipos de tarea de modelación para la clase de matemáticas. Espacio plural, 1(36), 219-251
- Zaldivar, J., Quiroz, S., & Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. Revista de investigación educativa, 8(15), 87-110.
- 