

16. SOFTWARE GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO INTEGRAL⁹²

GeoGebra Software as a Didactic Resource for Learning Integral Calculus

Reynaldo Sucari León⁹³

César Teófilo Zambrano Arce⁹⁴

Yolanda Aroquipa Durán⁹⁵

Nancy Chambi Condori⁹⁶

Anibal Sucari León⁹⁷

Pares evaluadores: Red de Investigación en Educación, Empresa y Sociedad – REDIEES.⁹⁸

⁹² Derivado del proyecto de investigación: *Software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje del cálculo integral en estudiantes de la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, 2022*

⁹³ Licenciado en Educación: Matemática y Física, Ingeniero Estadístico e Informático, Magister en Educación, Doctor en Administración de la Educación, Docente en la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, rsucari@unah.edu.pe

⁹⁴ Licenciado en Educación especialidad Matemática e Informática, Magister en ciencias de la Educación, Doctor en Ciencias de la Educación, Docente en la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, czambrano@unah.edu.pe

⁹⁵ Licenciada en Educación especialidad Idioma Inglés, Magister Scientiae en Educación, Doctora en Administración de la Educación, Docente en la Universidad Nacional Autónoma Altoandina de Tarma, yaroquipa@unaat.edu.pe

⁹⁶ Licenciada en Educación especialidad Computación e Informática, Magister en Administración de la Educación, Doctora en Administración de la Educación, Docente en la Universidad Nacional del Altiplano, nchambi@unap.edu.pe

⁹⁷ Licenciado en Educación especialidad Matemática, Maestro en gestión de seguridad, salud y medio ambiente en minería, Doctor en Ciencia Tecnología y Medio Ambiente, docente en la Universidad Nacional del Altiplano, asucari@unap.edu.pe

⁹⁸ Red de Investigación en Educación, Empresa y Sociedad – REDIEES. www.rediees.org

SOFTWARE GEOGEBRA COMO RECURSO DIDÁCTICO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO INTEGRAL

Reynaldo Sucari León, César Teófilo Zambrano Arce, Yolanda Aroquipa Durán, Nancy Chambi Condori y Aníbal Sucari León.

RESUMEN

El presente proyecto de investigación autofinanciado, tuvo como objetivo general determinar el efecto que produce utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje del cálculo integral en estudiantes de la Facultad de Ingeniería en la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, la investigación se desarrolló durante la segunda mitad del año 2022, esta fue una investigación de tipo aplicada con diseño cuasi – experimental y de nivel explicativo, se contó con dos grupos: estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería de Negocios Agronómicos y Forestales (grupo experimental) y estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería y Gestión Ambiental (grupo control), fue un estudio de corte longitudinal, los datos se recolectaron haciendo uso de la prueba de entrada (pre-test) y la prueba de salida (pos-test), entre los resultados que más destacan se tiene que al inicio los dos grupos se mostraron en igualdad de condiciones, pero al finalizar se evidenció una diferencia significativa entre ambos; obteniéndose un promedio mayor en el grupo experimental, esto permite concluir que efectivamente utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje del cálculo integral produce efecto positivo; traducido en el incremento de las calificaciones en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Gestión de la Universidad Nacional Autónoma de Huanta.

Palabras Clave: Aprendizaje; cálculo integral; recurso didáctico; software GeoGebra.

ABSTRACT

The general aim of this self-financed research project was to determine the effect of the use of GeoGebra software as a didactic resource in the learning of integral calculus in students of the Faculty of Engineering of the National Autonomous University of Huanta, the research was developed during the second semester of the year 2022, it was an applied research with quasi-experimental design and explanatory level, there were two groups: students from the professional school of Agricultural and Forestry Business Engineering (experimental group) and students from the professional school of Engineering and Environmental Management (control group), it was a longitudinal study, the data were collected using the entrance test (pre-test) and the exit test (post-test), among the most outstanding results is that at the beginning the two groups were in equal conditions, but at the end there was a significant difference between them; This allows us to conclude that the effective use of GeoGebra software as a didactic resource in the learning of integral calculus produces a positive effect; translated into an increase in the grades of the students of the Faculty of Engineering and Administration of the National Autonomous University of Huanta.

Keywords: Learning; integral calculus; didactic resource; software GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

El curso de matemática y de manera específica el cálculo integral es muy importante en la educación de los estudiantes del área de ingeniería, ello porque logra un desarrollo cognitivo, que propicia el mayor desenvolvimiento en muchas actividades lúdicas, sociales y culturales; que los estudiantes realizan cotidianamente ya sea razonando, creando, resolviendo o analizando acontecimientos necesarios mejorando así su aprendizaje lógico matemático, todo ello se consigue obteniendo calificaciones altas; es decir un rendimiento alto que evidencia retención de contenidos.

Así, a nivel internacional se tiene reportes de una investigación realizada en México; donde se indica que actualmente la educación en el curso de matemáticas refleja bajos niveles de rendimiento académico, evidenciando que en las escuelas no se utilizan estrategias didácticas, mostrando un nivel educativo inferior frente a otros, esta situación es alarmante; ya que no se desarrolla un aprendizaje constructivo en los estudiantes (Flores, 2014).

Por otra parte, el surgimiento de las nuevas TIC, así como el desarrollo secuencial de la ciencia están permitiendo mostrar nuevas alternativas en el aspecto de innovación sobre el aprendizaje en diversas disciplinas de la educación; ya sea como la matemática, precisamente la enseñanza de este curso siempre ha sido un desafío para los profesores, quienes para lograr el aprendizaje significativo en sus estudiantes acuden a diferentes estrategias y metodologías.

En esa línea el uso de las tecnologías informáticas en la educación superior universitaria cumple una función de apoyo en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Paz et al., 2009). La incorporación de las TIC en las universidades, así como en las escuelas de posgrado, hoy permiten a todo estudiante ingresar a nuevas fuentes de información, así como canales de comunicación; ya sea para compartir trabajos, contrastar ideas y complementar su aprendizaje. Así mismo, la falta de motivación de los estudiantes para el aprendizaje es una de las mayores dificultades que se presenta, esto es generado por el método tradicional de enseñanza que se aplica, donde los profesores eligen cuándo y cómo los estudiantes reciben los materiales educativos, estos tienden a emplear materiales impresos y cumplen la función de ser la única fuente de presentación y estructuración de la información (Cabero, 2006).

También González-Torres y Garde (2014) indican que los estudiantes universitarios muchas veces tienen dificultades en los cursos de matemática, generado por varias causas, entre las que resaltan está la dificultad del dominio de conceptos, así como el uso de estrategias que cada estudiante adopta para enfrentar las mismas, en esa línea el software GeoGebra es una herramienta tecnológica de acceso libre y adaptación fácil permitiendo a los estudiantes mudar la visión de cómo podrían construirse las matemáticas ya sea de forma dinámica y precisa.

Además, es de conocimiento de los profesores de matemática que muchos conceptos matemáticos no están categorizados como objetos reales; estos son abstractos, por lo tanto, se debe acudir a variadas representaciones para su estudio, por ello insertar un software educativo para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias matemáticas, hoy es una necesidad. En ese sentido con el objetivo de facilitar la representación, su interpretación y la resolución de problemas que involucran las integrales en el contexto real, hoy resulta muy adecuado utilizar los medios informáticos, y uno ellos es el software GeoGebra, por ello en este trabajo se pretende incrementar el nivel de aprendizaje referido al cálculo integral en estudiantes universitarios, mediante el uso de nuevos enfoques y paradigmas basados en las tecnologías de información y comunicación como es el software GeoGebra.

Basado en los argumentos anteriores, esta investigación surge por la observación en los estudiantes sobre dificultades en su proceso de aprendizaje, así mismo la inmensa cantidad de desaprobados que se observan en los registros y actas de evaluación de los semestres académicos 2021-I y 2021-II por parte de los estudiantes del II ciclo en el curso de cálculo integral en una variable en la escuela profesional de Ingeniería y Gestión Ambiental así como en el curso de matemática II en la escuela profesional de Ingeniería de Negocios Agronómicos y Forestales de la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, generando falta de interés por el estudio, desmotivación y deserción estudiantil. Dicho problema es frecuente en los cursos de matemática, y de manera particular en el curso de cálculo integral; dado que el desarrollo de las sesiones aún tiene un toque tradicional para transmitir conceptos, en el cual se establecen definiciones y propiedades de diversos objetos matemáticos, consecuentemente mostrar algunos ejemplos y una serie de ejercicios prácticos, todos ellos con procedimientos algebraicos, si enfatizar de manera ampliada la interpretación y su

representación gráfica y geométrica, por lo que este método presenta ciertas limitaciones para la enseñanza; agregando a ello que en la universidad hay poco interés por parte de los docentes para integrar las TIC en su proceso de enseñanza hacia los estudiantes.

Así el objetivo de la investigación fue determinar el efecto que produce utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje del Cálculo Integral en estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Gestión en la Universidad Nacional Autónoma de Huanta.

MATERIAL Y MÉTODOS

El presente estudio abarca como lugar geográfico el departamento de Ayacucho, provincia de Huanta y distrito de Huanta conocido como “la esmeralda de los andes” (Cavero Bendezu, 2006), y la institución donde se realizó la investigación fue la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, creado por Ley N.º 29658.

Corresponde al tipo de investigación aplicada; pues se basa en resultados de investigaciones de tipo básica de las ciencias sociales e intenta resolver problemas de la vida social ya sea regional o del país (Ñaupas et al., 2018), asimismo corresponde al nivel explicativo y sigue un diseño cuasi experimental; ya que la asignación a los grupos control y experimental no se realizarán en forma aleatoria (Briones, 2002), ello está categorizado dentro de la investigación experimental dado que establece relaciones de causa - efecto ocupándose de negar o confirmar teorías (Niño, 2011), El estudio corresponde a un diseño cuasi experimental con prueba de entrada y prueba de salida.

La población es el conjunto compuesto por la totalidad de elementos que tienen características concretas y se hallan delimitadas geográficamente (De la Puente, 2015). En ese sentido, la población de estudio estuvo conformada por todos los estudiantes matriculados en el II ciclo y que llevan el curso de cálculo diferencial e integral en una variable; en la escuela profesional de IGA y matemática II; en la escuela profesional de INAF todo ello durante el semestre académico 2022-II.

Entendiendo que la muestra es un subgrupo de la población de interés del cual se recolectan datos, esta debe definirse y delimitarse con precisión (Hernández et al., 2014), así mismo los integrantes de la muestra fueron seleccionados haciendo uso del muestreo no probabilístico; ya que en investigaciones sociales con menos de 100 elementos no es posible utilizar un método al azar (Mantilla, 2015), en esta situación el tamaño de la población es pequeña por lo tanto el tamaño de la muestra es igual a la población; pero considerando los criterios de exclusión e inclusión para el estudio. Como criterios de exclusión se tuvo a: estudiantes que ya no asisten a las sesiones de aprendizaje, es decir tienen una inasistencia superior al 30%, los que abandonaron la asignatura, los que se desmatricularon de la asignatura y los que no desearon participar en el estudio; y como criterio de inclusión se tuvo a: estudiantes con asistencia regular en la asignatura y con matrícula según nómina. Así la muestra en el presente estudio estuvo compuesta por 25 estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería de Negocios Agronómicos y Forestales (grupo experimental) y 26 estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería y Gestión Ambiental (grupo control).

En el presente estudio, se empleó una muestra dirigida que comprende a todos los estudiantes que conforman la muestra; ya que supone una selección por características de la investigación (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018), por lo que corresponde a una muestra de conveniencia ya que las unidades no se extraen mediante métodos aleatorios bien definidos (Vinet y Zhedanov, 2011), así la unidad de análisis en la presente investigación es el estudiante de la Facultad de Ingeniería y Gestión que se encuentra matriculado en el curso de Cálculo Diferencial e Integral en una Variable en la escuela profesional de IGA; y en Matemática II en la escuela profesional de INAF.

Los datos se recolectaron haciendo uso de la técnica de la prueba escrita; cuyo instrumento fue pruebas de desarrollo antes y después del experimento, denominados prueba de inicio y prueba de salida sobre cálculo integral, cuyo margen de aplicación será para todos los estudiantes que cursen la asignatura de cálculo integral, la forma de administración fue de manera individual que duró un tiempo de 02 horas, ello estuvo conformado por 10 ítems para el aspecto conceptual y 5 ítems para el aspecto procedimental. Por otra parte, se empleó una ficha de observación con tres criterios para el aspecto actitudinal.

Así mismo estos instrumentos fueron validados mediante juicio de expertos; contando con la participación de tres expertos en el área de educación en la especialidad de matemática, valorando el instrumento con un promedio de 76% de validez. Mientras que el coeficiente de confiabilidad que se encontró es de 0,78 para la prueba de entrada y de 0.84 para la prueba de salida. La validez indica que el instrumento mide aquello para lo cual está destinado y la confiabilidad indica la consistencia de puntuaciones obtenidas por las mismas unidades examinadas en distintas ocasiones (Bernal, 2010). Para obtener los cálculos citados se empleó el software SPSS.

Las técnicas para el análisis de la información fueron las técnicas de la estadística descriptiva; para las cuales se emplearon de distribución de frecuencias y sus respectivas figuras, así como estadísticos descriptivos; ya que ellos permitieron describir las características de un conjunto de datos (Triola, 2009), también se empleó técnicas de la estadística inferencial; pues ellas permitieron extraer conclusiones matemáticas de las características que se estudian en el conjunto de estudiantes, así mismo permitieron realizar las pruebas de hipótesis para aceptar o rechazar las conjeturas que fueron planteadas en la hipótesis nula e hipótesis alternativa (Vilchez y Ramón, 2018), para la automatización de los procesos de cálculo se empleó el software Jamovi, basado en código del lenguaje R.

La técnica estadística que permitió contrastar las hipótesis de investigación fue la prueba t de Student para diferencia de dos medias con muestras pequeñas (pareadas e independientes); ya que esta prueba permite comparar los promedios de dos grupos (Guillen y Sanchez, 2016), asimismo la prueba t-Student puede emplearse en algunas situaciones donde las muestras son pequeñas (Vinet y Zhedanov, 2011).

RESULTADOS

En la presente investigación se contó con dos muestras (grupo control y grupo experimental) por lo que, para realizar el experimento para mejorar el aprendizaje de los estudiantes universitarios en la temática del cálculo integral, se realizó en dos tiempos distintos; al inicio y al final del experimento, para ello se utilizó pruebas escritas pre-test y post-test. Se realizó al inicio para observar que ningún grupo esté aventajado frente al otro;

como principio básico de todo estudio experimental, así los resultados se muestran a continuación:

Descripción de los resultados de la prueba de entrada

Los resultados de la prueba de entrada (pre-test) fueron categorizados según la escala que se emplea en la UNAH, así como consta en el reglamento académico de pre grado en su artículo 186 indicando los rangos de las calificaciones para cada una de las escalas como: muy deficiente (menos de 10), deficiente (10 y 11), regular (12 a 14), bueno (15 y 16), muy bueno (17 y 18) y excelente (19 y 20). Esta categorización se realizó para cada grupo de investigación, siendo el resultado:

Tabla 4

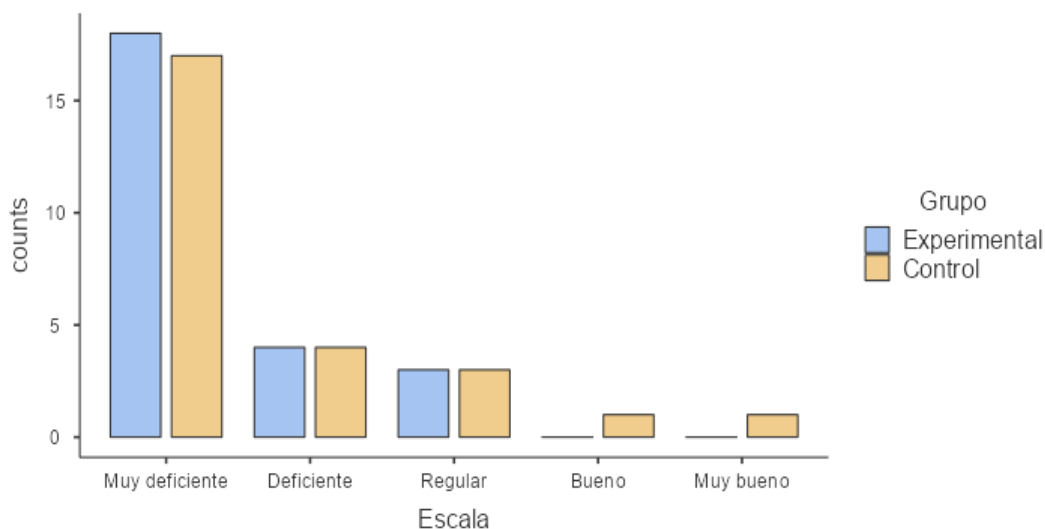
Nivel de aprendizaje en cálculo integral al inicio del experimento.

| Escala | Grupo | Frecuencias | % del Total | % Acumulado |
|----------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| Muy deficiente | Experimental | 18 | 35.3 % | 35.3 % |
| | Control | 17 | 33.3 % | 68.6 % |
| Deficiente | Experimental | 4 | 7.8 % | 76.5 % |
| | Control | 4 | 7.8 % | 84.3 % |
| Regular | Experimental | 3 | 5.9 % | 90.2 % |
| | Control | 3 | 5.9 % | 96.1 % |
| Bueno | Experimental | 0 | 0.0 % | 96.1 % |
| | Control | 1 | 2.0 % | 98.0 % |
| Muy bueno | Experimental | 0 | 0.0 % | 98.0 % |
| | Control | 1 | 2.0 % | 100.0 % |

Nota. Elaboración propia.

Figura 15

Nivel de aprendizaje en cálculo integral al inicio del experimento.



Nota. Elaboración propia.

En la tabla 1 y figura 1 se observa que, al inicio del experimento los estudiantes de los dos grupos (control y experimental) alrededor del 33% se hallan en la categoría “muy deficiente”, así mismo se puede observar similar comportamiento entre los dos grupos en las categorías “deficiente” y “regular”, sin embargo, solo el grupo control cuenta con un ínfimo porcentaje en las categorías “bueno” y “muy bueno”. Ello permite deducir que antes de realizar el experimento los dos grupos efectivamente se hallaban en igualdad de condiciones.

Seguido a ello, también se presentan los estadísticos descriptivos para realizar una comparación del comportamiento entre los dos grupos.

Tabla 5*Estadísticos descriptivos del aprendizaje al inicio del experimento.*

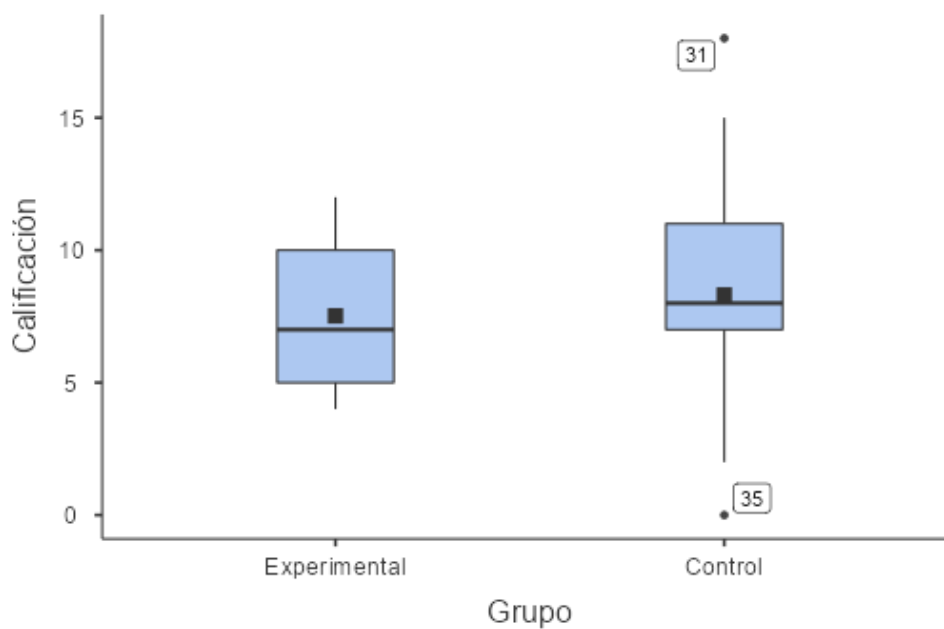
| Estadísticos | Grupo | Calificación |
|---------------------|--------------|---------------------|
| N | Experimental | 25 |
| | Control | 26 |
| Media | Experimental | 7.52 |
| | Control | 8.31 |
| Mediana | Experimental | 7 |
| | Control | 8 |
| Desviación estándar | Experimental | 2.71 |
| | Control | 4 |
| Mínimo | Experimental | 4 |
| | Control | 0 |
| Máximo | Experimental | 12 |
| | Control | 18 |

Nota. Elaboración propia.

En la tabla 2 se aprecia la cantidad de estudiantes siendo muy similar, variando poco en el promedio, más en la mediana se puede observar solo una diferencia de 1 punto, lo que resalta es en la desviación estándar, mostrando así un grupo homogéneo al grupo experimental.

Figura 16

Percentiles de aprendizaje en cálculo integral al inicio del experimento



Nota. Elaboración propia.

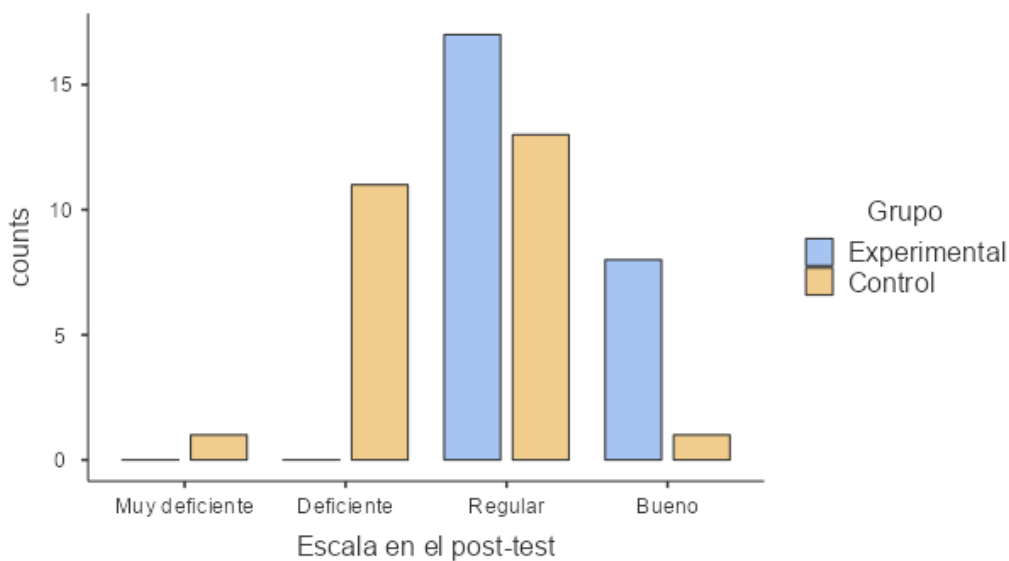
La figura 2 muestra la similitud entre los dos grupos y una ligera diferencia, así como valores atípicos en el grupo control; pero comparando la altura de las cajas, así como el valor de la mediana y el promedio aritmético, se puede afirmar que ambos grupos son similares.

Descripción de los resultados de la prueba de salida

De forma similar a lo procedido en la prueba de entrada, en esta etapa también se realizó la comparación entre el grupo control y el grupo experimental, obteniendo:

Tabla 6*Nivel de aprendizaje en cálculo integral posterior al experimento*

| Escala en el post-test | Grupo | Frecuencias | % del Total | % Acumulado |
|------------------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| Muy deficiente | Experimental | 0 | 0.0 % | 0.0 % |
| | Control | 1 | 2.0 % | 2.0 % |
| Deficiente | Experimental | 0 | 0.0 % | 2.0 % |
| | Control | 11 | 21.6 % | 23.5 % |
| Regular | Experimental | 17 | 33.3 % | 56.9 % |
| | Control | 13 | 25.5 % | 82.4 % |
| Bueno | Experimental | 8 | 15.7 % | 98.0 % |
| | Control | 1 | 2.0 % | 100.0 % |

Nota. Elaboración propia.**Figura 17***Nivel de aprendizaje en cálculo integral posterior al experimento**Nota.* Elaboración propia.

En la tabla 3 y figura 3 se observa que, posterior al experimento los estudiantes del grupo experimental presentan una tendencia hacia “regular” y “bueno”, en cambio los estudiantes del grupo control aún se distribuyen desde “muy deficiente” hasta “bueno”, en el resultado se observa cierta diferencia entre ambos grupos, ello permite deducir que luego de haber finalizado el experimento los dos grupos efectivamente muestran una diferencia; siendo mayor en el grupo experimental respecto al grupo control. También se presentan los estadísticos descriptivos para realizar una comparación del comportamiento entre los dos grupos.

Tabla 7

Estadísticos descriptivos del aprendizaje posterior al experimento.

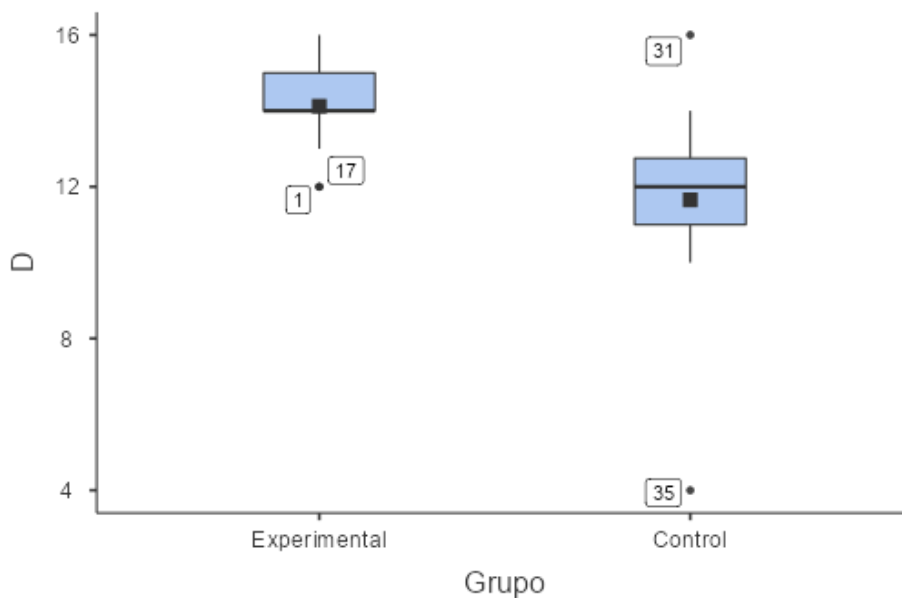
| Estadístico | Grupo | Calificación |
|---------------------|--------------|---------------------|
| N | Experimental | 25 |
| | Control | 26 |
| Media | Experimental | 14.1 |
| | Control | 11.7 |
| Mediana | Experimental | 14 |
| | Control | 12 |
| Desviación estándar | Experimental | 0.927 |
| | Control | 2.06 |
| Mínimo | Experimental | 12 |
| | Control | 4 |
| Máximo | Experimental | 16 |
| | Control | 16 |

Nota. Elaboración propia.

En la tabla 4 se aprecia la cantidad de estudiantes siendo casi igual, variando por más de 2 puntos en el promedio, y en la mediana se observa una diferencia de 2 puntos, respecto a la desviación estándar también se observa una diferencia; siendo un indicador de que los grupos son diferentes, el grupo experimental es homogéneo y el grupo control es heterogéneo.

Figura 18

Percentiles de aprendizaje en cálculo integral posterior al experimento



Nota. Elaboración propia.

La figura 4 muestra una marcada diferencia entre los dos grupos, persisten los valores atípicos en el grupo control y también aparecen en el grupo experimental; asimismo comparando la altura de las cajas en el grupo experimental se observa una caja con una altura bien reducida; lo que indica que es un grupo homogéneo, también se aprecia que la caja del grupo experimental se halla por encima que la caja del grupo control; indicando ello que el promedio del grupo experimental es superior al promedio del grupo control.

Prueba de hipótesis para los resultados de la prueba de entrada

a. Planteamiento de la hipótesis

$H_0: (\mu_E - \mu_C \leq 0)$ No existe diferencia significativa entre el promedio del grupo experimental y el promedio del grupo control, antes de realizar el experimento; es decir que el promedio en ambos grupos es estadísticamente similar.

$H_1: (\mu_E - \mu_C > 0)$ Existe diferencia significativa entre el promedio del grupo experimental y el promedio del grupo control, antes de realizar el experimento; es decir que el promedio del grupo experimental estadísticamente es diferente al promedio del grupo control.

b. Nivel de significancia

$$\alpha = 0.05 \text{ (5\%)}$$

c. Prueba estadística

Con un p-valor (0,027 y 0,597) para el test de Shapiro-Wilk que permite la prueba de normalidad en poblaciones pequeñas, se emplea la prueba t-Student para diferencia de medias en muestras pequeñas e independientes, y ella está dado por la siguiente ecuación:

$$t_{cal} = \frac{(\bar{x}_E - \bar{x}_C) - (\mu_E - \mu_C)}{\sqrt{\frac{s_E^2}{n_E} + \frac{s_C^2}{n_C}}}$$

d. Criterio de decisión

Si p-value < alpha, entonces rechazar la H_0

e. Cálculo de la prueba

Para ello con apoyo del software Jamovi se obtiene el siguiente resultado:

Tabla 8

Estadísticos descriptivos para la prueba de hipótesis al inicio

| Fuente | Grupo | N | Media | Mediana | DE | EE |
|--------------|--------------|----|-------|---------|------|-------|
| Calificación | Experimental | 25 | 7.52 | 7 | 2.71 | 0.542 |
| | Control | 26 | 8.31 | 8 | 4 | 0.784 |

Nota. Elaboración propia.

Tabla 9

Prueba t-Student para muestras independientes al inicio.

| Fuente | Prueba | Estadístico | gl | p |
|---------------|---------------|--------------------|-----------|----------|
| Calificación | T de Student | -0.82 | 49 | 0.416 |

Nota. Elaboración propia.

f. Conclusión estadística

Dado que el valor de probabilidad ($p=0.416$) es mayor que alpha ($\alpha = 0.05$), entonces no se rechaza la hipótesis nula, ello indica que existe suficiente evidencia estadística para sostener que no existe diferencia significativa entre el promedio del grupo experimental y el promedio del grupo control, antes de realizar el experimento; es decir que el promedio en ambos grupos es estadísticamente similar, ratificando así la condición de igualdad de los grupos al inicio del experimento.

Prueba de hipótesis para los resultados de la prueba de salida

a. Planteamiento de la hipótesis

$H_0: (\mu_E - \mu_C \leq 0)$ No existe diferencia significativa entre el promedio del grupo experimental y el promedio del grupo control, después de realizar el experimento; es decir que el promedio en ambos grupos permanece estadísticamente similar.

$H_1: (\mu_E - \mu_C > 0)$ Existe diferencia significativa entre el promedio del grupo experimental y el promedio del grupo control, después de realizar el experimento; es decir que el promedio del grupo experimental estadísticamente es diferente al promedio del grupo control.

b. Nivel de significancia

$$\alpha = 0.05 \text{ (5\%)}$$

c. Prueba estadística

Con un p-valor (0,548 y 0,635) para el test de Shapiro-Wilk que permite la prueba de normalidad en poblaciones pequeñas, se emplea la prueba t-Student para diferencia de medias en muestras pequeñas e independientes, y ella está dado por la siguiente ecuación:

$$t_{cal} = \frac{(\bar{x}_E - \bar{x}_C) - (\mu_E - \mu_C)}{\sqrt{\frac{s_E^2}{n_E} + \frac{s_C^2}{n_C}}}$$

d. Criterio de decisión

Si p-value < alpha, entonces rechazar la H₀

e. Cálculo de la prueba

Tabla 10

Estadísticos descriptivos para la prueba de hipótesis al final.

| Fuente | Grupo | N | Media | Mediana | DE | EE |
|--------------|--------------|----|-------|---------|-------|-------|
| Calificación | Experimental | 25 | 14.1 | 14 | 0.927 | 0.185 |
| | Control | 26 | 11.7 | 12 | 2.06 | 0.404 |

Nota. Elaboración propia.

Tabla 11

Prueba t-Student para muestras independientes al final.

| Fuente | Prueba | Estadístico | gl | p |
|--------------|--------------|-------------|----|--------|
| Calificación | T de Student | 5.48 | 49 | < .001 |

Nota Elaboración propia.

f. Conclusión estadística

Dado que el valor de probabilidad (p=0.001) es menor que alpha (α = 0.05), entonces se rechaza la hipótesis nula, lo que implica que existe suficiente evidencia estadística para sostener que existe diferencia significativa entre el promedio del grupo experimental y el promedio del grupo control, después de realizar el experimento; es decir que el promedio en ambos grupos es estadísticamente diferente, ratificando así el efecto positivo en el grupo experimental posterior al experimento.

Prueba de hipótesis para los resultados en el post-test en el grupo experimental

Luego de contrastar la hipótesis general de investigación, se procede a realizar la prueba de hipótesis para las dimensiones del aprendizaje, así se consideraron el aprendizaje teórico, aprendizaje social y la resolución de problemas. Siguiendo el ritual de la prueba de hipótesis se tiene:

a. Planteamiento de la hipótesis

$H_0: (\mu_a - \mu_d \leq 0)$ No existe diferencia significativa entre el promedio obtenido antes y después del experimento; es decir que el promedio en ambos tiempos es estadísticamente similar, en aprendizaje teórico, aprendizaje social y resolución de problemas.

$H_1: (\mu_a - \mu_d > 0)$ Existe diferencia significativa entre el promedio obtenido antes y después del experimento; es decir que el promedio en ambos tiempos es estadísticamente diferente, en aprendizaje teórico, aprendizaje social y resolución de problemas.

b. Nivel de significancia

$$\alpha = 0.05 \text{ (5\%)}$$

c. Prueba estadística

Con un p-valor (0,940; 0,737 y 0,041) para el test de Shapiro-Wilk que permite la prueba de normalidad en poblaciones pequeñas, se emplea la prueba t-Student para diferencia de medias en muestras pequeñas e relacionadas, para ello la prueba de hipótesis para la diferencia de medias de observaciones pareadas con diferencias normales implica el uso de la prueba t de Student (Gutiérrez y Vladimirovna, 2016), la cual se halla definida por:

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

Ella tiene distribución t-Student considerando $v = n - 1$ grados de libertad.

$$\text{Donde: } \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad d_i = x_i - y_i \quad \text{así como} \quad s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}$$

d. Criterio de decisión

Si p-value < alpha, entonces rechazar la H_0

e. Cálculo de la prueba

Tabla 12

Estadísticos descriptivos por dimensiones en el grupo experimental

| Calificaciones | N | Media | Mediana | DE | EE |
|-------------------------------------|----------|--------------|----------------|-----------|-----------|
| Aprendizaje teórico (pre-test) | 25 | 4.6 | 5 | 2.9 | 0.58 |
| Aprendizaje teórico (post-test) | 25 | 6.4 | 7 | 4.15 | 0.831 |
| Aprendizaje social (pre-test) | 25 | 8.28 | 9 | 2.46 | 0.492 |
| Aprendizaje social (post-test) | 25 | 9.96 | 10 | 1.99 | 0.398 |
| Resolución de problemas (pre-test) | 25 | 4.08 | 4 | 2.12 | 0.424 |
| Resolución de problemas (post-test) | 25 | 11.56 | 12 | 2.06 | 0.413 |

Nota. Elaboración propia.

Tabla 13

Prueba t-Student para muestras apareadas en el grupo experimental.

| Par de calificaciones | Prueba | estadístico | gl | p |
|---|-----------------|--------------------|-----------|----------|
| Aprendizaje teórico (pre-test frente al post-test) | T de Student | -1.81 | 24 | 0.083 |
| Aprendizaje social (pre-test frente al post-test) | T de Student | -2.94 | 24 | 0.007 |
| Resolución de problemas (pre-test frente al post-test) | T de Student | -14.13 | 24 | < 0.001 |

Nota. Elaboración propia.

f. Conclusión estadística

Dado que el valor de probabilidad (0.083) es mayor que alpha ($\alpha = 0.05$), entonces no se rechaza la hipótesis nula, indicando que existe suficiente evidencia estadística para sostener que no existe diferencia significativa entre el promedio obtenido antes y después del experimento respecto al aprendizaje teórico; es decir que el promedio en ambos tiempos es estadísticamente similar.

Por otra parte, dato que los valores de probabilidad (0.007 y 0.001) son menores al valor de alpha ($\alpha = 0.05$), entonces no se acepta la hipótesis nula, es decir que existe suficiente evidencia estadística para sostener que existe diferencia significativa entre el promedio obtenido antes y después del experimento respecto al aprendizaje social y con mayor fuerza en la resolución de problemas; es decir que los promedios en ambos tiempos son estadísticamente diferentes.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los resultados muestran comportamientos similares al inicio del experimento, tanto en el grupo de control como en el grupo experimental, pero en la prueba de salida se evidencia una notable diferencia entre ambos grupos, es decir que usar GeoGebra como recurso didáctico mejora el aprendizaje del cálculo integral en los estudiantes universitarios. Estos resultados se asemejan con los hallazgos obtenidos por Lugo (2017) al indica que los estudiantes que utilizaron GeoGebra una gran parte de ellos consiguieron comprender conceptos básicos para posteriormente resolver problemas, frente a los estudiantes que emplearon lápiz y papel; así mismo encontró diferencias positivas en indicadores logrados, también incide en que la estrategia de utilizar GeoGebra incrementa la motivación hacia el estudio. Los resultados son similares; al considerar la unidad de estudio a estudiantes universitarios, difiriendo en el curso; dado que Luyo realizó el estudio en los cursos de geometría analítica y análisis vectorial; en cambio nosotros realizamos el estudio en el curso cálculo diferencia e integral en una variable y matemática. Coincidimos al seguir un diseño cuasi-experimental; con grupo de control y grupo experimental, así mismo en el tipo de muestreo no probabilístico para determinar la muestra para el estudio. Diferimos en el instrumento empleado para la recolección de datos; ya que Luyo recolectó los datos empleando formulario de Google con 4 dimensiones: uso de GeoGebra, resolución de problemas, comprensión de conceptos y motivación, todos ellos bajo la escala de Likert, y en el presente estudio se emplearon prueba de entrada y prueba de salida. De hecho, se muestra coincidencia en la validez del instrumento; ya que fue validado por expertos y la confiabilidad con alfa de Cronbach.

Por otra parte, Rivas (2020) indica que usar el software GeoGebra ha permitido a los estudiantes diseñar gráficas de funciones de manera dinámica, contribuyendo en la mejora del nivel de aprendizaje de la integral definida e indefinida, ello apoya los resultados encontrados; en la dimensión resolución de problemas en la temática de integrales. Así, contrastando los resultados encontrados en la investigación con Rivas, coincidimos al aplicar el estudio con estudiantes universitarios de ingeniería, lo mismo ocurre en el diseño de investigación; ya que ambos siguieron un diseño cuasi-experimental con grupo de control y grupo experimental, así mismo coincidimos en la recolección de datos; dado que se empleó prueba de entrada y prueba de salida, la manipulación de la variable se realizó mediante sesiones de aprendizaje con uso de GeoGebra para el grupo experimental y sesiones tradicionales para el grupo de control, también coincidimos al usar software SPSS, realizando la prueba de normalidad con la prueba de Shapiro- Wilk y la prueba de hipótesis se realizaron con la prueba t-Student para diferencia de grupos.

Los resultados en la presente investigación muestran efectos positivos de mejora en la resolución de problemas; para ello se realiza el gráfico de la función, y posterior a ello se realiza el cálculo, así mismo lo enfatiza Rodríguez (2019) al indicar que hay una relación entre uso de software GeoGebra y el aprendizaje del álgebra; mejorando de manera significativa las temáticas de gráfica de funciones y técnicas de traslación, solución de sistemas de ecuaciones con dos variables, y en la resolución de problemas de programación lineal. Frente al estudio realizado por Rodríguez, hay diferencia en la unidad de estudio; dado que Rodríguez realizó su investigación con estudiantes de quinto de secundaria y no con estudiantes universitario, también difiere en el uso de GeoGebra; pues ella fue empleada para mejorar el aprendizaje del álgebra y no para el cálculo integral, otra diferencia es el nivel de investigación; pues Rodríguez realizó un estudio correlacional y no experimental; también diferimos en los instrumentos usados; porque en la investigación se empleó un cuestionario para la recolección de datos y no pruebas de entrada y salida, de hecho coincidimos en la validez y confiabilidad de los instrumentos utilizados.

Por su parte Colquepisco (2019) sostiene que el uso de GeoGebra influye significativamente en el aprendizaje de las derivadas e integrales, como: integrales indefinidas, integral de Riemann y también el cálculo de sólidos de revolución. Ello

concuenda con los hallazgos de la presente investigación; dado que se coincide en las unidades de estudio; estudiantes universitarios del II ciclo de ingeniería, asimismo en el diseño de investigación; ya que contó con dos grupos: control y experimental, referido a la temática Colquepisco abordó derivadas e integrales, y en la presente investigación se abordó la temática de integrales, coincidimos al usar software GeoGebra, también en los instrumentos incluso en los ítems, desde luego en la validación, pero difiere en la confiabilidad; ya que Colquepisco usó el test de Kuder-Richardson-20; por estudiar variables dicotómicas, así mismo difiere en la prueba de hipótesis; porque Colquepisco empleó la prueba U de Mann-Whitney y en esta investigación se realizó con el test t-Student para diferencia de medias.

Rodríguez (2018) enfatiza que hay evidencia estadística para indicar que la aplicación GeoGebra influye significativamente en el aprendizaje, otro caso más en la cual se ve apoyada los resultados de la presente investigación; difiriendo así en la temática tratada, dado que Rodríguez empleó GeoGebra para mejorar el aprendizaje de la geometría analítica y no así para las integrales, respecto a las unidades de estudio se tiene una coincidencia; porque se realizó la investigación con estudiantes universitarios del II ciclo, también se coincide en el diseño de investigación siendo ello un estudio cuasi-experimental con grupo de control y grupo experimental, otra similitud es la utilización de los instrumentos para la recolección de datos, así se tiene al pre test y post test, que fueron validados por expertos en la especialidad de matemática y referido a la confiabilidad se muestra una diferencia; ya que Rodríguez realizó mediante KR20, así mismo realizó la prueba de normalidad con el test de Shapiro-Wilk, coincidiendo con el presente estudio, y la prueba de hipótesis Rodríguez lo realizó mediante la de U de Mann-Withney.

Como conclusiones del estudio se tiene que el efecto que produce usar el software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje del cálculo integral en los estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Gestión en la Universidad Nacional Autónoma de Huanta, es favorable y beneficioso; ya que se encontró diferencia significativa en la prueba de salida entre los promedios del grupo experimental y promedios del grupo control, así usar GeoGebra mejora significativamente el aprendizaje del cálculo integral en los estudiantes universitarios.

El efecto que produce utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje teórico del Cálculo Integral en estudiantes universitario; no evidencia diferencia significativa entre los promedios antes y después de realizar el experimento, es decir no mejora significativamente el aprendizaje teórico del cálculo integral.

Por otra parte, el efecto que produce utilizar el software GeoGebra como recurso didáctico en el aprendizaje social y la resolución de problemas; si presenta diferencia significativa entre los promedios antes y después de realizar el experimento, mejorando significativamente el aprendizaje social en los estudiantes universitarios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Araujo, F. (2018). *Cálculo Integral*. Editorial Universitaria Abya-Yala.
- Bernal, C. (2010). *Metodología de la Investigación. Administración, economía, humanidades y ciencias sociales*. Pearson Education.
- Blanco, L., Cárdenas, J. y Caballero, A. (1998). *La resolución de problemas de matemáticas*. Universidad de Extremadura. Servicio de Publicaciones.
- Borbón, A. (2010). Manual para GeoGebra. Guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*, 11(1).
- Briones, G. (2002). *Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales*. ICFES.
- Cabero, J. (2006). Pedagogical bases of e-learning. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 3(1). <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.7238/rusc.v3i1.265>
- Cavero Bendezu, L. E. (2006). *Monografía de la provincia de Huanta*. Horizonte de Humberto Damonte Larrian.
- Colquepisco, N. T. (2019). Software GeoGebra en el aprendizaje de las derivadas e integrales en estudiantes universitarios de Cañete [Tesis doctoral]. Repositorio Universidad César Vallejo. <https://bit.ly/3WVTfRL>
- Constitución Política del Perú [Const.]. 31 de octubre de 1993 (Perú). <https://bit.ly/3oZ0bB4>
- Ley 28044 de 2003. Ley General de Educación. 29 de julio de 2003. D. O. No. 8437.
- Ley 30220 de 2014. Ley Universitaria. 9 de julio de 2014. 527213.
- De la Puente, C. (2015). *Estadística descriptiva e inferencial y una introducción al método científico*. Editorial Complutense. <https://bit.ly/3WXVzIi>
- Fernández, T. (2000). Resolución de Problemas. En *Diez módulos destinados a los responsables de los procesos de transformación educativa* (p. 38). Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación IIPE.

- Flores, M. (2014). Estrategias didácticas para un aprendizaje constructivista en la enseñanza de las matemáticas en los niños y niñas de nivel primaria. *Perspectivas Docentes*, 52, 43-58. <https://bit.ly/42ynu2l>
- García Vidal, G. y Zayas Miranda, E. (2012). *El proceso de solución de problemas*. Eumed.net.
- González-Torres, M. C. y Garde, R. A. (2014). Perfiles de resiliencia y estrategias de afrontamiento en la universidad: Variables contextuales y demográficas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 12(3), 621-648. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.14204/ejrep.34.14033>
- Guerrero, J., Rodríguez, A. y Facuy, J. (2018). *Herramientas pedagógicas para un proceso de enseñanza innovado*. Editorial UTMACH.
- Guillen, O. y Sánchez, J. (2016). *Guía de SPSS 21 para el desarrollo de trabajos de investigación*. Ando Educando.
- Gutiérrez, E. y Vladimirovna, O. (2016). *Estadística Inferencial 1: para Ingeniería y Ciencias*. Grupo Editorial Patria. <https://bit.ly/3MTJrDp>
- Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw-Hill. <https://bit.ly/3Nd9abf>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- Jiménez, J. G. y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica Sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), 1-17. <https://bit.ly/3MWhef3>
- Loyola, J. (2019). *Memorias de la I Jornada Ecuatoriana de GeoGebra*. Universidad Nacional de Educación.
- Lugo, C. A. (2017). *Efectos de la aplicación del software GeoGebra para la enseñanza - aprendizaje semi-presencial de la Geometría Analítica en el nivel universitario* [Tesis de Maestría]. Repositorio Universidad Nacional de Asunción. <https://bit.ly/3oNVkmr>

- Mantilla, F. A. (2015). *Técnicas de muestreo. Un enfoque a la investigación de mercados*. ESPE.
- Ñaupas, H., Valdivia, M., Palacions, J. y Romero, H. (2018). *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis*. Ediciones de la U.
- Niño, V. M. (2011). *Metodología de la investigación. Diseño y ejecución*. Ediciones de la U.
- Obst, J. (2000). Teoría del aprendizaje social de Albert Bandura. *Centro Argentino de Terapia Cognitiva y Racional Emotiva Conductual - CATREC*, 1-32.
- Ortiz, C. A. y Mejía, M. E. (2019). GeoGebra como herramienta en la enseñanza del cálculo para adquirir competencias en estudiantes de ingeniería. *Revista Electrónica ANFEI Digital*, 6(11), 1-10. <https://bit.ly/3NfkO4r>
- Paz, S., Arancibia, D., Padilla, J., Torrejón, E. y McLean, S. (2009). Las TIC en la docencia universitaria. *Ánfora*, 16(26), 111-130. <https://bit.ly/3qy95pS>
- Popham, W. J. (2008). *Classroom assessment: What teachers need to know*. Pearson Education.
- Rivas, M. Á. (2020). *El GeoGebra en el aprendizaje de la integral definida e indefinida en estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería de Sistemas de la UNA Puno* [Tesis de Maestría]. Repositorio Universidad Nacional del Altiplano. <https://bit.ly/3oPkOjc>
- Rodríguez, V. E. (2019). *Aplicación de software GeoGebra y el aprendizaje del álgebra en estudiantes de quinto de secundaria* [Tesis de Maestría]. Repositorio Universidad San Martín de Porres. <https://bit.ly/3P26gHS>
- Rodríguez, V. G. (2018). *Aplicación Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia analítica en estudiantes del II ciclo de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle* [Tesis doctoral]. Repositorio Universidad Nacional de Educación. <https://bit.ly/3oRBQxa>
- Schunk, D. (2012). *Teorías del aprendizaje: Una perspectiva educativa*. Pearson Education. <https://bit.ly/3Nf1WUi>

- Sfard, A. (2018). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Universidad del Valle.
- Triola, M. (2009). *Estadística*. Pearson Education.
- Vilchez, J. y Ramón, J. (2018). *Inferencia estadística para investigadores. Procesamiento, análisis e interpretación de datos mediado por el minitab*. International Book Market Service Ltd.
- Vinet, L. y Zhedanov, A. (2011). A “missing” family of classical orthogonal polynomials. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 44(8). <https://doi.org/10.1088/1751-8113/44/8/085201>
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica, aprendizaje, significado e identidad*. Editorial Paidós.