

# 4. EL TANGRAM COMO RECURSO PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

## TANGRAM AS A RESOURCE TO TRENGTHEN THE LEARNING OF GEOMETRY

*Erika Sarai Natalia Botello Hurtado*<sup>5</sup>

**Fecha recibido:** 24/ 04/ 2021

**Fecha aprobado:** 25/06/ 2021

**Simposio Internacional de Investigación Multidisciplinaria – SIDIM 2021**

**Derivado del proyecto:** *El tangram y el Modelo de Van Hiele en el Aprendizaje de la Geometría*

**Pares evaluadores:** *Red de Investigación en Educación, Empresa y Sociedad – REDIEES.*

---

<sup>5</sup>Normalista Superior con Énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental, Escuela Normal Superior San Mateo, Licenciado en Básica con Énfasis en Matemáticas, Humanidades y Lengua Castellana, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Especialista en Didáctica de la Matemática para la educación Básica, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Maestrando, Didáctica de las matemáticas, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Docente, correo electrónico: erika.botello@uptc.edu.co.

*Revista de Investigación Transdisciplinaria en Educación, Empresa y Sociedad - ISSN:2711-1857*

DOI: <https://doi.org/10.34893/rz2j-vg56>

## RESUMEN

La calidad educativa colombiana medida por pruebas nacionales e internacionales demuestran la enorme necesidad de proponer estrategias que permitan lograr avanzar con urgencia en el desempeño escolar. Al realizar el análisis de los resultados obtenidos en las pruebas saber 3° para la Institución Educativa José Antonio Galán del municipio de Puerto Boyacá se evidencian dificultades en el área de matemáticas específicamente en la competencia de razonamiento, y el pensamiento espacial, es por esta razón que esta investigación centra sus esfuerzos en fortalecer habilidades de razonamiento geométrico utilizando el Tangram como recurso siguiendo el modelo de Van Hiele. La investigación bajo un enfoque mixto se desarrolla en estudiantes de grado cuarto de básica primaria durante cuatro fases, diagnóstico, planificación, ejecución y evaluación, las cuales abarcan el diseño validación y aplicación de instrumentos de forma rigurosa tales como: una encuesta de percepción, una prueba de entrada, el desarrollo de 5 secuencias didácticas una por cada fase de Van Hiele que paso a paso y haciendo uso del Tangram generan un reto y esfuerzo mental y gradual para estudiantes que finalmente logran avanzar en su nivel de razonamiento, este proceso es evaluado con la observación directa del docente, sus reflexiones cualitativas son registradas en diarios de campo y una prueba final. Los resultados analizados muestran avances significativos en los estudiantes que les permitirán seguir avanzando en sus procesos de razonamiento.

**PALABRAS CLAVE:** Tangram, geometría, Van Hiele, didáctica, aprendizaje.

## ABSTRACT

The Colombian educational quality measured by national and international tests shows the enormous need to propose strategies to achieve urgent progress in school performance. When carrying out the analysis of the results obtained in the knowing 3rd tests for the José Antonio Galán Educational Institution of the municipality of Puerto Boyacá, difficulties are evidenced in the area of mathematics specifically in reasoning competence, and spatial thinking, it is for this reason This research focuses its efforts on strengthening geometric reasoning skills using Tangram as a resource following the Van Hiele model. Research under a mixed approach is developed in fourth grade students of elementary school during four phases, diagnosis, planning, execution and evaluation, which include the design, validation and application of instruments in a rigorous way such as: a perception survey, a entrance test, the development of 5 didactic sequences one for each Van Hiele phase that step by step and using Tangram generate a challenge and mental and gradual effort for students who finally manage to advance in their level of reasoning, this process is evaluated With the direct observation of the teacher, their qualitative reflections are recorded in field journals and a final test. The analyzed results showed significant advances in the students that will allow them to continue advancing in their reasoning processes.

**KEYWORDS:** *Tangram, geometry, Van Hiele, didactics, learning.*

## INTRODUCCIÓN

Al observar los resultados obtenidos en pruebas regionales, nacionales, e internacionales para el área de matemáticas es posible inferir la urgente necesidad de desarrollar procesos investigativos frente a estos resultados que entre otras cosas demuestran en matemáticas que aprender geometría también es importante y que esto se puede lograr solo si se entiende desde el hecho de comprender el significado, la historia y la importancia de la geometría misma dentro de los procesos de enseñanza, entendiendo que a diario los diferentes retos que se nos presentan nos obligan a desenvolvernos en situaciones de carácter espacial. (GV Vargas, 2012) al respecto afirma lo siguiente:

El ser humano, a través de la percepción de las formas, del espacio que lo rodea y la necesidad de crear y transformar el mundo en el que vive, ha buscado una manera de explicar aquello que percibe a través de los sentidos. La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad. (p.75)

La geometría es un tema de enseñanza trabajado arduamente desde la antigüedad, su historia se remonta a la antigua Grecia alrededor del año 300 A.C con Euclides, cada vez perdiendo su relevancia dentro de las matemáticas, pero nunca su importancia.

Hoy el objeto de estudio de la geometría está arraigado en la forma de concebir la realidad. Toda la información que se recibe del mundo que nos rodea, todo lo que se ve, oye y toca, es procesado en primera instancia en términos geométricos. (Fabres, 2016).

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004) afirma:

“La geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial,

*Revista de Investigación Transdisciplinaria en Educación, Empresa y Sociedad - ISSN:2711-1857*  
DOI: <https://doi.org/10.34893/rz2j-vg56>

como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas.” (p. 1)

A pesar de su importancia la enseñanza de la geometría ha sido relegada en algunos currículos a muy poco tiempo comparado con el tiempo dedicado a otros componentes matemáticos, en ocasiones sólo se tocan aspectos informativos, carece de sentido lo enseñado por lo que se olvida con facilidad o se quedan algunos de los temas propuestos en el Plan de Área sin enseñar.

Los esposos Van Hiele, Dina Van Hiele Geldof y Pierre Marie Van Hiele, una pareja de educadores holandeses, trabajaron en el desarrollo de un modelo de razonamiento geométrico cuyo libro original fue publicado por una Universidad de Utrecht, Holanda donde se desarrolla la teoría es “Structure and Insight: A theory of mathematics education. En la cual básicamente explica que para avanzar en la comprensión de un tema geométrico el estudiante debe pasar por una serie de niveles de razonamiento consecutivos utilizando las fases secuenciales de aprendizaje, y, que es el docente el encargado de orientarlo a pasar por estos niveles que permitirán la promoción al siguiente nivel, Desde entonces el tema ha sido arduamente investigado incluso algunos currículos se basan en este modelo. (van Hiele, 1958; van Hiele-Geldof, 1957, Usiskin, 1982; Burger y Shaughnessy, 1985; Fuys, Jaime & Gutiérrez 1990).

Al respecto Usiskin (1982) afirma: The Van Hiele level theory offers an explanation and a remedy for student difficulty with higher-order cognitive processes required for success in secondary school geometry.

En la presente investigación se retomó el modelo de Van Hiele, pero como lo han demostrado Sánchez, I. M. (1996), Molina (2012) los recursos didácticos constituyen una fuente inagotable de aprendizaje y tal como cita un proverbio chino “Oigo y olvido, veo y recuerdo, hago y aprendo” surgió la necesidad de usar un recurso adecuado que permitiese y garantizase a los estudiantes avanzar en estos niveles de razonamiento geométrico encontrando el Tangram como un recurso que permitió aprender de forma práctica y divertida

*Revista de Investigación Transdisciplinaria en Educación, Empresa y Sociedad - ISSN:2711-1857  
DOI: <https://doi.org/10.34893/rz2j-vg56>*

sobre la geometría; la manipulación de este material fue un elemento clave, dónde los razonamientos tomaron sentido.

El tangram representó una alternativa para lograr la atención y motivación de los educandos y de este modo hacer que los estudiantes mejoraran sus habilidades de razonamiento respecto a las situaciones del entorno y, a la vez, que superara las diversas situaciones de desinterés que pudiesen aparecer en la clase de geometría, este recurso desarrolló múltiples capacidades psicomotrices e intelectuales; estimulando la creatividad y contribuyendo en la formación de las ideas abstractas, la orientación y estructuración espacial, el desarrollo de los pensamientos espacial y lógico-matemático; el mejoramiento de la atención y concentración; y, el trabajo de la percepción y la memoria; permitiendo a los estudiantes mejorar su grado de confianza, y de razonamiento.

## **MATERIAL Y MÉTODOS**

Esta Investigación de tipo acción participación se desarrolló en el marco de un enfoque mixto usando varios instrumentos que han sido rigurosamente validados por expertos para la recolección de la información y su respectivo análisis; proceso que se desarrolló en cuatro fases, diagnóstico, planificación, acción-observación, y reflexión con una población objeto de estudio de 120 estudiantes de grado cuarto de primaria, y una muestra elegida por conglomerado conformada por 30 estudiantes de la Institución educativa José Antonio Galán del municipio de Puerto Boyacá con edades comprendidas entre los 8 y los 10 años.

Durante la fase de Diagnóstico se realizó la debida revisión documental para soportar con bases teóricas al desarrollo de la investigación, la aplicación de una encuesta de percepción a estudiantes de grado cuarto de las diferentes Instituciones del municipio para caracterizar y conocer más sobre la actitud, estados de opinión y de ánimo respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, se indaga sobre los conocimientos previos y se aplica un cuestionario diseñado por el autor para establecer el nivel de razonamiento de los estudiantes objeto de estudio según el modelo de Van Hiele.

En la fase de Planificación se planteó el desarrollo de una propuesta pedagógica que consistió en la elaboración de 5 secuencias didácticas planteadas desde las fases propuestas por Hiele usando como recurso el Tangram.

En la tercera fase acción-observación se plantea la aplicación de la propuesta pedagógica para fortalecer el nivel de razonamiento partiendo de sus preconceptos, durante esta fase se usa el diario de campo para registrar los detalles de la experiencia. Bonilla Castro & Rodríguez Sehk (1997) afirman:

“Observar, con sentido de indagación científica, implica focalizar la atención de manera intencional, sobre algunos segmentos de la realidad que se estudia, tratando de capturar sus elementos constitutivos y la manera como interactúan entre sí, con el fin de reconstruir inductivamente la dinámica de la situación” (p.118)

Finalmente, durante la fase de reflexión se aplicó una prueba final que da cuenta de los aprendizajes y el avance de la competencia de razonamiento evaluada inicialmente.

En este contexto desde el área de matemáticas se planteó la búsqueda de alternativas para fortalecer la enseñanza de la geometría en niños del grado cuarto de primaria, usando el tangram como estrategia y siguiendo el modelo de razonamiento geométrico propuesto por Van Hiele.

## RESULTADOS

En los resultados de la encuesta de percepción que constaba de 20 preguntas se encontraron resultados significativos como que el 64% de los estudiantes encuestados manifestaron que la geometría es importante para su futuro y que la utilizan para resolver problemas de la vida cotidiana, pero al verbalizar una situación de la vida cotidiana en la que se utilizó presentan dificultades, o no encuentran una situación que expresar con facilidad; una respuesta que nos da luces de las dificultades de razonamiento presentadas es que el 61% de los estudiantes manifestó que es importante aprender de memoria los conceptos, fórmulas

y reglas, y de forma significativa se observa que un 55% acepta encontrar dificultades al resolver problemas que involucran conceptos geométricos, finalmente un 13% del total de estudiantes siente que la geometría no es una materia fácil.

En la prueba de entrada para conocer el nivel de razonamiento se observan dificultades serias de desconocimiento que ubican a los estudiantes en su totalidad en el nivel 1 llamado por Van Hiele como reconocimiento o visualización. Se hizo uso del tangram y se pidió a los estudiantes observar las piezas que formaban el cuadrado inicial y mencionar los nombres de las figuras, además de observar en sus pantallas la imagen los estudiantes tenían en sus manos las fichas y las habían ubicado formando la figura.

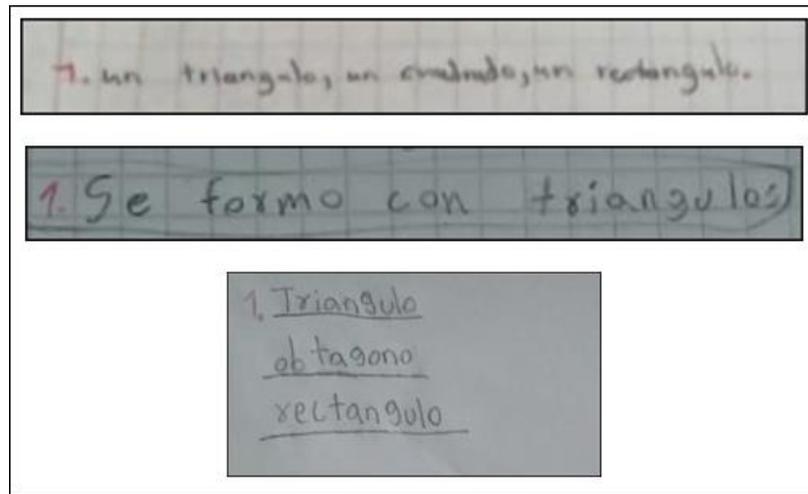
*Figura 1. Pretest, pregunta nivel reconocimiento / visualización*



Fuente: Elaboración propia

En el desarrollo de esta pregunta correspondiente al primer nivel, llamado visualización o reconocimiento, los estudiantes nombraron rectángulos hexágonos, octágonos, trapecios y figuras que no forman el Tangram, algunos nombraron sólo una de las figuras y expresaron no conocer las demás.

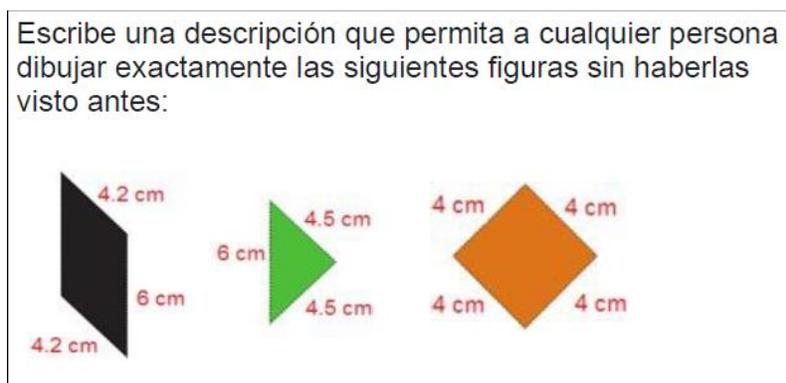
**Figura 2. Respuestas representativas del grupo en Pretest, pregunta nivel reconocimiento / visualización.**



Fuente: elaboración propia

Otro de los ejercicios planteados pidió además a los estudiantes describir las figuras que observaban a fin de conocer si tenían definidas características propias de las figuras. Algunos estudiantes reconocían los triángulos como figuras que hacen parte del tangram, pero no definir lo que era un triángulo, además se esperaba ver si usaban las medidas de los lados dentro de su descripción, aspecto que fue ignorado en su gran mayoría. Una de las dificultades más presentadas fue reconocer las propiedades exclusivas del rombo, confundiéndola con un cuadrado en una posición diferente y viceversa las propiedades exclusivas del cuadrado nombrándolo un rombo meramente por su posición. Jaime, Chapa y Gutiérrez (1992) expresan que para superar esta dificultad se debe recurrir a los ejemplos y contraejemplos que ayuden a incidir en la condición del cuadrado y del rombo.

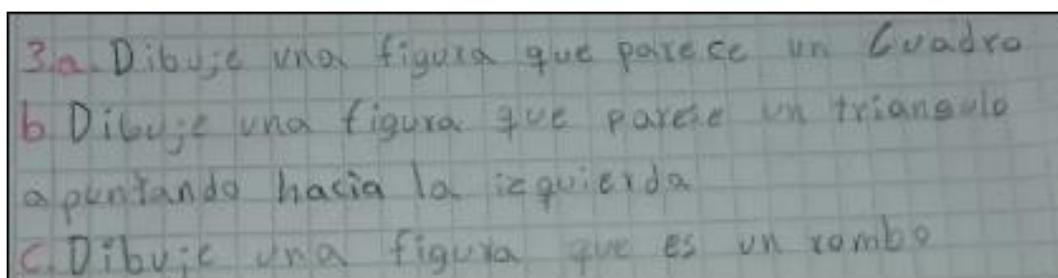
**Figura 3. Pretest, pregunta nivel análisis**



Fuente: elaboración propia

Por sus escritos y formulaciones los estudiantes comprenden las figuras como un todo y no por sus características (Burger y Shaughnessy, 1986). Es decir que se encuentran en el nivel 1. Visualización de razonamiento según el modelo de Van Hiele.

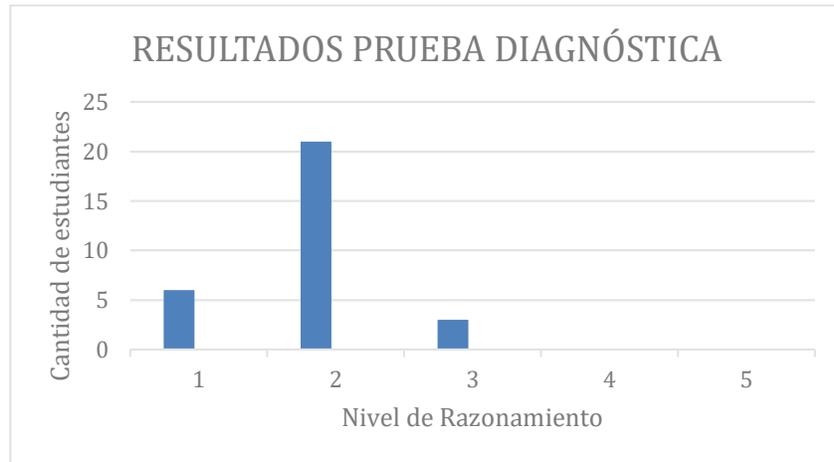
**Figura 4. Respuestas representativas del grupo en Pretest, pregunta nivel Análisis.**



Fuente: elaboración propia

En el resultado obtenido de la prueba diagnóstica el 100% de los estudiantes se encuentra en el nivel 1, de visualización, éste fue punto de partida para el diseño y aplicación de 5 secuencias didácticas una por cada fase planteada por los esposos Hiele para la enseñanza de la geometría y llamadas información, Orientación dirigida, explicitación o explicación y orientación libre que se deben desarrollar de forma secuencial.

**Gráfica 1. Resultado Prueba Diagnóstica.**



Fuente: elaboración propia

La aplicación de las 5 secuencias didácticas debido a la situación de emergencia sanitaria por el virus COVID-19 se efectuaron haciendo uso de la plataforma zoom, la información descriptiva de cada sesión se registró en diarios de campo, y en diferentes registros audiovisuales y fotográficos autorizados por sus padres, que además se mostraron muy motivados con el desarrollo de las actividades y el uso del Tangram como recurso de aprendizaje.

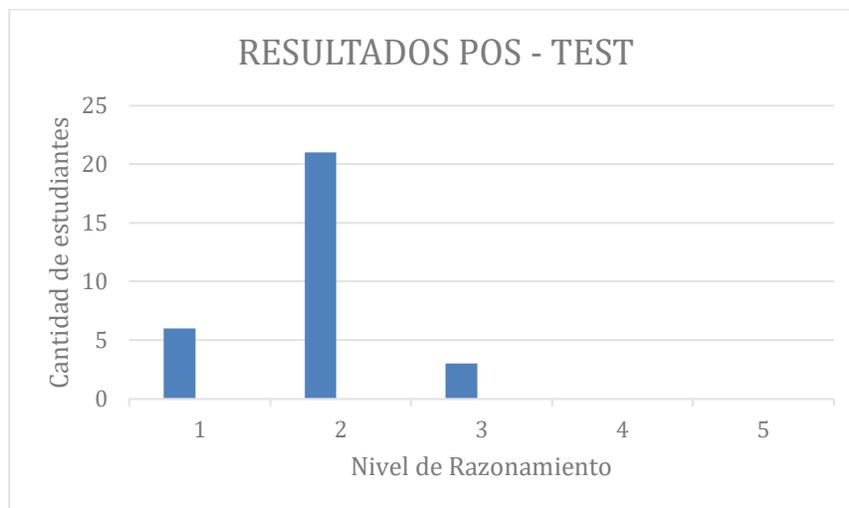
**Figura 6. Registro fotográfico desarrollo de sesiones**



Fuente: elaboración propia

Dentro de las sesiones se usaron herramientas virtuales que les permitieron también manipular el tangram de esta forma. En la fase final se aplicó una prueba que da cuenta del avance de la mayoría de los estudiantes respecto a su nivel de razonamiento, 21 estudiantes pasaron del nivel visual al nivel de análisis y algunos casos aislados lograron avanzar al nivel de deducción informal.

**Gráfica 2. Resultado Post – test.**



Fuente: elaboración propia

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los hallazgos identificados en la fase diagnóstica fueron vitales para saber de dónde partir en el planteamiento y la aplicación de las secuencias, estos resultados significan la importancia del uso de recursos manipulables que permitan dinamizar la práctica educativa y el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El uso del Tangram en el proceso de enseñanza de la geometría motiva satisfactoriamente a los estudiantes. Tanto de forma física como digital corresponde un instrumento valioso para la enseñanza de distintos temas geométricos, como polígonos, ángulos, relaciones entre rectas, perímetro, superficie, semejanza y un sin número de temáticas que lo siguen catalogando como un recurso innovador.

En la aplicación de las secuencias es notable como este recurso atrae la atención de los estudiantes y sus familias, se recomienda su uso en cualquier nivel educativo, así pues, representa una herramienta de aprendizaje para estudiantes de todas las disciplinas matemáticas en todos los niveles educativos, estimula la creatividad, y la concentración, es una herramienta que, aunque antigua es innovadora, creativa y útil tal como lo afirma: Chacón (2019). El Tangram permite fijar la atención, concentración, memorización y retención en el proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas y como queda demostrado un avance el nivel de análisis

Al respecto autores como Ceballos y Romero (2012) afirman que es un juego que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia, en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría. el uso de este recurso dinamiza las clases, fomenta la concentración y motivación, permite al estudiante comprender y resolver problemas.

Una limitante es poder observar a grandes rasgos los análisis efectuados por cada uno de los estudiantes, debido a la distancia; en ocasiones los padres ayudaban a los estudiantes sin permitirles analizar por sí mismos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Bonilla Castro, E., & Rodríguez Sehk, P. (1997). Más allá de los métodos. La investigación en ciencias sociales. Colombia: Editorial Norma.
- Burger, W.F. y Shaughnessy, J.M., 1986, Characterizing the van Hiele lineamientos previos de los alumnos sobre vels of development in geometry, Joureste.
- Chacón Benavides, J., & Fonseca Correa, L. (2019). Didáctica para la enseñanza de la matemática a través de los seminarios talleres: juegos inteligentes. RASTROS Y ROSTROS DEL SABER, 2(1), 10-26. Recuperado a partir de <https://revistas.uptc.edu.co/index.php/rastrostrostros/article/view/9262>
- Fabres Fernández, Roxana. (2016). Estrategias metodológicas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, utilizadas por docentes de segundo ciclo, con la finalidad de generar una propuesta.
- Fuys, D, 1985, Van Hide levels of thinking in geometry, Education and Urban Society, Vol. 17 (4), pp. 447-462.
- Hiele, P.M. y Hiele-Geldof, D., 1958, A method of initiation into geometry at secondary schools, en Freudenthal, H., ed., 1958, Report on methods of initiation into geometry, (J.B. Wolters: Groningen), pp. 67-80.
- Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares & M. V. Sánchez (Eds.), Teoría y práctica de la educación matemática (pp. 295-384). Sevilla: Alfar. León, J. L.
- Jaime, A .; Chapa, F .; Gutiérrez, A. (1992): Definiciones de triángulos y cuadriláteros: Errores e inconsistencias en libros de texto de EGB, Epsilon n, 23 , 49-62.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2004). Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Bogota, Colombia.

- Molina M. (2012) Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría un estudio sobre algunos colegios de Chile.
- Sánchez, V. Llinares, S. (1996): Habitual school practices and problem solving situations: The case of Carlota», en Giménez, Llinares & Sánchez: Becoming Primary Teacher. Issues from Mathematics Education. Badajoz, Indugrafic,
- Shaughnessy, J.M. y B~w.F.,(1985), spadework prior to deduction in, geometry, The Mathematics Teacher, 1vol. 78, 419-428
- Usiskin, Zalman, (1882) Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. Project.Chicago Univ., Ill.onal Inst. of Education (ED), Washington, DC.PUB DATE82GRANTNIE-G-79-0090NOTE231p.
- Vargas, G., y Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 27(1), 74-94.