

32. RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO

DIDACTIC RESOURCES FOR THE DEVELOPMENT OF NUMERICAL

Ayrton Javier Gaitán Velásquez⁶³, José Eriberto Cifuentes Medina⁶⁴

Fecha recibido: 23/08/2021

Fecha aprobado: 23/11/2021

**IV CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN,
EMPRESA Y SOCIEDAD – CIDIEES**

Derivado del proyecto: Recursos Didácticos para el Desarrollo del Pensamiento Numérico
Mediante la Enseñanza de Suma y Resta de Números Enteros en Grado 7°.

Institución financiadora: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Pares evaluadores: Red de Investigación en Educación, Empresa y Sociedad – REDIEES.

⁶³ Magister (C) en Didáctica de la Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Licenciado en Matemáticas, Universidad Surcolombiana. Contacto: ayrton.gaitan@uptc.edu.co

⁶⁴ Investigador Asociado (I) SNCTeI, convocatoria 833. Magister en Educación, Especialista en Evaluación Educativa, Licenciado en Teología, Licenciado en Filosofía y Educación Religiosa, Universidad Santo Tomás. Especialista en Pedagogía y Docencia, Licenciado en Ciencias Sociales, Fundación Universitaria del Área Andina. Integrante del grupo de Investigación SIEK. Profesor-investigador de la Licenciatura en Educación Básica Primaria, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5702-620X> Contacto: joseeriberto.cifuentes@uptc.edu.co

RESUMEN

En el presente trabajo se establece la importancia del desarrollo del pensamiento numérico, a partir de la enseñanza aprendizaje en estudiantes de grado 7° mediante el uso de recursos didácticos. El proyecto tiene como objetivo determinar que recursos que permiten desarrollar pensamiento numérico, a través de la enseñanza de las operaciones de suma y resta de números enteros. Por esta razón, se realiza un estudio documental que establezca una fundamentación basada en los aportes generados por diferentes expertos. La metodología utilizada se caracteriza por contener un enfoque de tipo mixto, dado que buscar comprender y representar la realidad educativa de los estudiantes al momento hacer uso de los recursos didácticos. Es por este motivo, que el método utilizado se basa en la investigación acción participativa que busca indagar en los tres aspectos fundamentales de las fases de investigación los cuales son diagnóstico de errores, diseño y ejecución de los recursos didácticos y evaluación de los mismos. De igual manera, se espera proporcionar un aprendizaje significativo en los estudiantes, brindando un aporte a la institución educativa que suministren herramientas a los docentes que posteriormente orienten estos temas en otros cursos. Por otro lado, a nivel de productividad se espera generar un artículo investigativo que aporte a la comunidad que se dedica a la investigación en didáctica de la matemática contribuyendo al desarrollo de futuras investigaciones.

PALABRAS CLAVE: *Recursos didácticos, Pensamiento numérico, Números enteros.*

ABSTRACT

This degree work establishes the importance of the development of numerical thinking within the teaching-learning processes of 7th grade students from the use of didactic resources. The objective of the project is to determine the resources that allow the development of numerical thinking, through the teaching of the operations of addition and subtraction of positive and negative numbers. For this reason, a documentary study is carried out that establishes a foundation based on the contributions generated by different experts. The methodology used is characterized by containing a mixed type of approach, since it seeks to understand and represent the educational reality of the students when making use of the didactic resources. It is for this reason that the method used is based on participatory action research that seeks to investigate the three fundamental aspects of the research phases which are error diagnosis, design and implementation of teaching resources and their evaluation. In the same way, it is expected to provide significant learning in students, providing a contribution to the educational institution that provides tools to teachers who later guide these issues in other courses. On the other hand, at the productivity level, it is expected to generate an investigative article that contributes to the community that is dedicated to research in mathematics didactics, contributing to the development of future research.

KEYWORDS: *Didactic resources, Numerical thinking, Integer numbers.*

INTRODUCCIÓN

El desarrollo del pensamiento matemático es una parte esencial del proceso de enseñanza aprendizaje que debe tenerse en cuenta por parte del docente desde el momento en el que se planean las clases, ya que nos permite establecer propósitos claros (a nivel matemático y de pensamiento) y de esta manera organizar los aprendizajes que se pretenden alcanzar con los estudiantes. A nivel internacional abarca un sin número de investigaciones que permiten fortalecer el quehacer docente en este campo.

A nivel nacional también se encuentran diversas investigaciones en este tema y al mismo tiempo permiten fortalecer el accionar del proceso enseñanza aprendizaje. Sin embargo, a pesar de las investigaciones existentes se puede evidenciar un bajo rendimiento en el área de matemáticas, esto indica que a pesar de tener investigaciones enfocadas al desarrollo del pensamiento matemático a partir de las operaciones básicas en el conjunto de los enteros es necesario continuar con la indagación en este tema.

Dentro del contexto de la educación colombiana en la actualidad los estudiantes de las instituciones educativas desde los grados iniciales en la educación básica primaria hasta la formación profesional en las universidades e institutos técnicos, se pueden evidenciar falencias en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas impidiendo de esta manera obtener un desarrollo adecuado del pensamiento matemático, teniendo como consecuencia resultados desfavorables en relación con las pruebas internas dentro de los planteles educativos y las pruebas externas a nivel nacional e internacional.

Ayala (2015) afirma que la educación matemática en Colombia presenta un bajo nivel de desempeño de acuerdo con los resultados esperados por el Sistema Nacional de Evaluación, dado que no se consiguen alcanzar los logros esperados en las pruebas PISA y pruebas SABER; alcanzado de esta manera niveles bajos en el componente de matemáticas.

Por otra parte, Fajardo et al.(2018) expresan que en la relación directa que debería existir entre el desarrollo de un país con la educación de su población, en Colombia no se cumple, dado que existe una brecha educativa muy marcada, donde la desigualdad en los procesos educativos, obstaculizan a muchos estudiantes en especial a la población rural, donde los resultados de las pruebas saber influye negativa o positivamente de acuerdo a las

diferentes variables socioeconómicas, a la ubicación de la institución educativa y a la formación del docente.

De lo expuesto anteriormente se hace evidente la falta interés y preocupación por lograr una educación a nivel matemática adecuada y pertinente, que ayude a superar las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de enfrentarse con situaciones académicas y reales, donde el uso de las habilidades matemáticas y de pensamiento son necesarias para tomar decisiones acertadas y alcanzar las mejores soluciones en determinadas situaciones.

El uso de recursos didácticos en la educación forma parte esencial en los procesos de enseñanza aprendizaje, dado que permiten enriquecer la manera en cómo los estudiantes se aproximan al conocimiento, logrando de este modo generar experiencias significativas. Por este motivo, actualmente la educación matemática a nivel nacional e internacional experimenta cambios estructurales constantes dentro de los sistemas educativos, dado que se concibe el enseñar y aprender matemática bajo un paradigma realista centrado no solo en aprender matemáticas, sino que también se aprenda a pensar matemáticamente.

En este sentido, Bressan (2005) expresa que la matemática debe entenderse como una actividad humana de manera que exista una matemática para todos, donde se establecen diferentes niveles de comprensión al momento de aprender matemáticas, siendo los contextos y los modelos elementos importantes en los procesos didácticos.

En este orden de ideas, el presente trabajo tiene como propósito flexibilizar las diferentes dificultades que presentan los estudiantes de grado séptimo, al momento de llevar a cabo la transición del trabajo realizado en las operaciones básicas en el conjunto números de los naturales al conjunto de los números enteros, permitiendo de esta manera entender la importancia de su comprensión y desarrollo adecuado dentro del contexto educativo como en situaciones del contexto de la vida cotidiana.

De acuerdo con Maca y Patiño (2016) al momento de afrontar el proceso de enseñanza de los números enteros es evidente presenciar dificultades en su proceso de aprendizaje, dado que es inevitable en ocasiones evitar los obstáculos de tipo epistemológico en la conceptualización y operación de los números negativos.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente, esta investigación se considera oportuna debido a que aporta al desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de grado

séptimo de la Institución Educativa La Arcadia sede El Mesón; generando en el educando un pensamiento autónomo, crítico y eficiente, donde los ejes centrales son la nocionalización y conceptualización de los procesos de enseñanza aprendizaje de suma y resta en el conjunto de los números enteros, a través del diseño y ejecución de los recursos didácticos planteados que contraste con su contexto.

Logrando de esta manera generar cambios estructurales en la forma en como los estudiantes conciben estas operaciones, a partir del desarrollo de actividades pertinentes que beneficie los procesos de enseñanza aprendizaje, iniciando desde la construcción de los objetos matemáticos a través de la manipulación de material concreto hasta alcanzar en el estudiante un estado de apropiación, que le permita hacer uso de las competencias matemáticas desarrolladas por medio del aprendizaje adquirido.

Por otro lado, este trabajo tiene como meta aportar a la caracterización y evolución del pensamiento numérico, proporcionando un aprendizaje significativo en los estudiantes participantes; de igual manera se espera que generar un aporte positivo a la institución educativa a través de la experiencia obtenida durante el desarrollo de la investigación, proporcionando herramientas que fortalezcan las prácticas de aula de los maestros de matemáticas.

A nivel de productividad, se realiza una contribución académica que permita a la comunidad educativa del país mejorar el ejercicio docente en función del desarrollo de pensamiento matemático a través del uso de recursos didácticos, que potencie el aprendizaje significativo de las operaciones básicas en el conjunto de los números enteros

ANTECEDENTES Y MARCO DE REFERENCIA

Dentro del análisis de los antecedentes que se realiza para esta investigación se pueden observar distintas investigaciones a nivel internacional, nacional y regional en referencia a los recursos didácticos para el desarrollo del pensamiento numérico a través de la enseñanza de la suma y resta en el conjunto de los números enteros que permite una relación y un acercamiento al tema que se desea estudiar.

De la misma manera, Lamberg et al. (2020) investigaron acerca de la importancia de involucrar la recta numérica dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de los números positivos y negativos, debido a la facilidad de poder involucrarlos a problemas y situaciones del contexto que se desarrollan de forma lineal, logrando de esta manera llevar al estudiante a comprender el significado y uso adecuado de los números enteros.

Dentro de la investigación, se estableció un programa de desarrollo profesional donde se vincularon varios docentes de matemáticas del nivel de secundaria con el objetivo de poder explorar y brindar un sentido a las operaciones de suma, resta y multiplicación de números enteros mediante el uso de la recta numérica, permitiendo establecer la importancia que implica el vincular las representaciones pictóricas a la solución de situaciones problemas, dado que establece una visualización de los distintos conceptos que se abarcan en el estudio del conjunto de los números enteros aportando de manera significativa al desarrollo del pensamiento matemático.

Wessman (2017), realizó un experimento acerca de enseñanza de operaciones de suma y resta de números enteros en el que participaron tres estudiantes de grado 5° durante doce semanas, la investigación se basó fundamentalmente en la perspectiva pictórica de los estudiantes al momento de enfrentarse a la solución de situaciones que involucran números positivos y negativos, donde a través de entrevistas y tareas estructuradas el investigador evaluó la forma en como los estudiantes comprendían los conceptos básicos y la forma de entender la suma y resta en este conjunto numérico.

Por otra parte, durante la investigación se logró comprender los diferentes tipos de razonamientos realizados por los estudiantes, donde los resultados aportaron un valor significativo a las nociones que presentan los educandos al momento de desarrollar los procesos de enseñanza aprendizaje, a manera resumen la investigación concluye que durante el proceso de aprendizaje de los números enteros es pertinente dejar que los estudiantes realicen un proceso de modelación a partir de la experimentación con sus propias bases, tomando sus aportes como insumos la para introducción a la presentación de modelos lineales que permitan explicar de manera pictórica la solución de las operaciones de suma y resta en los enteros.

Dentro de ese orden de ideas, Velosa (2020) investigó la forma en cómo los estudiantes conceptualizan el significado de número entero mediante una serie de actividades aplicadas a través de una unidad didáctica. La investigación se desarrolló bajo los parámetros de aprendizaje basado en el uso de registros semióticos y actividades cognitivas de tratamiento y conversión. El estudio tuvo lugar en el colegio Nuevo Horizonte del municipio de Andalucía Valle del Cauca, donde la muestra de la población estaba compuesta por 18 estudiantes del grado 6°.

En cuanto a los resultados obtenidos en la investigación se evidenció una mejoraría en el proceso académico de los estudiantes, dado que el aprendizaje de los números enteros bajo los parámetros enunciados anteriormente brindó un valor agregado a los procesos de enseñanza aprendizajes de los estudiantes, pues permitió una articulación estructurada de los conceptos elementales de los objetos matemáticos relacionados al conjunto de números enteros y sus diferentes representaciones, favoreciendo de manera significativa el desarrollo del pensamiento matemático especialmente el pensamiento numérico a través de la competencia de modelación.

Cubillos y León (2016) desde su investigación presentan una serie de aspectos generales que vinculan de manera directa el contexto educativo de la matemática con los proyectos de aula como espacio de aprendizajes, en el estudio realizado en el colegio Federico García Lorca IED de la ciudad de Bogotá estudiantes de grado séptimo contextualizaron la representación gráfica de los números enteros en la recta numérica, al igual que sus principales componentes y las implicaciones en la que estos objetos matemáticos se hacen presente en la vida cotidiana.

La metodología que se utilizó durante el estudio fue la Investigación Acción Participativa, la cual se desarrolló en una primera fase denominada preliminar, donde se realizó el diagnóstico en los estudiantes, en la segunda fase se continuó con el diseño e implementación de la propuesta efectuada durante la investigación; en la tercera fase se realizó la recolección de la información y, por último, en la cuarta fase se realizó el análisis y las reflexiones de la información recolectada.

Asimismo, como conclusión de la investigación se pudo evidenciar la pertinencia de la misma, puesto que el proyecto de aula es una estrategia alterna que presenta un cambio en

la forma metodológica tradicional en que los docentes orientan sus clases, además, de la generación de ambientes de aprendizajes apropiados para que los estudiantes propicien el trabajo cooperativo, creativo y reflexivo, logrando una potencialización significativa en la conceptualización de los elementos relacionados al conjunto de los números enteros como en el desarrollo progresivo del pensamiento matemático.

Por otro lado, Meneses (2020) implemento una propuesta pedagógica con el propósito de generar un aprendizaje significativo en relación con las operaciones de suma y multiplicación de números enteros en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Juan Pablo I, debido a la importancia que presenta este conjunto numérico situaciones de contexto de la vida cotidiana. En el trabajo de construcción de conocimiento los estudiantes trabajaron de manera grupal e individual distintas situaciones problemas que modelaban contextos reales a través de estrategias lúdico-pedagógicas.

La investigación tuvo un enfoque cualitativo de tipo investigación acción, dado que se buscó mejorar las prácticas de aula por medio de la reflexión constante del problema de investigación. La metodología usada durante el estudio fue la creación de una secuencia didáctica compuesta por cuatro situaciones didácticas fundamentadas a partir de la teoría de aprendizaje de Ausubel, donde se pudo concluir en la investigación que el uso de estrategias innovadoras permitió generar en los estudiantes un interés por la construcción de conceptos y representaciones de los números enteros alcanzando de esta forma una serie de aprendizajes significativos en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Del mismo modo, durante el desarrollo de la investigación se realizó un análisis documental que permitiera respaldar de manera teórica el propósito y la razón de ser de la misma, evitando de este modo la generación de sesgos y errores de tipos conceptuales. Dentro de la fundamentación teórica realizada se relacionan tres categorías principales que se vinculan entre sí, con el objetivo de establecer las bases que determinen el sentido y la dirección en el cual se enfoca el presente proyecto investigativo.

Recursos didácticos

Desde un punto de vista cotidiano es válido entender los recursos como serie de elementos cotidianos o esenciales que permiten abordar una situación o necesidad en un

ambiente determinado con el propósito de alcanzar una comprensión o de determinar su solución en caso de que fuese posible.

En este sentido, Reyes (2007) manifiesta que los recursos didácticos “son un conjunto de elementos que facilitan la realización del proceso de enseñanza y aprendizaje. Proporcionan experiencias sensoriales significativas acerca de un determinado conocimiento y contribuyen a que los estudiantes construyan un conocimiento determinado”. (Pág. 3)

Los recursos didácticos para la enseñanza de la Filosofía son un medio de dinamizar el proceso educativo de manera que le sirven al profesor para dar a entender elementos complejos del desarrollo filosófico y al estudiante para la aprehensión de conceptos, autores y otros elementos propios de la filosofía y estar a la altura de filosofar con argumentos en cualquier campo de la vida (Cifuentes, 2015, p. 278)

De la misma forma, Corrales y Sierras (2012) denomina los recursos didácticos “a todos aquellos instrumentos que, por una parte, ayudan a los formadores en su tarea de enseñar y, por otra, facilita a los alumnos el logro de los objetivos de aprendizaje.” (Pág. 27)

Según Molina (2014) citado en Chancusig et al. (2017) “los Recursos didácticos interactivos facilitan el fortalecimiento del proceso educativo con la finalidad de enaltecer la calidad educativa con trabajos pedagógicos.” (Pág. 4)

Por otra parte, Hernández (2012) citado en Chancusig et al. (2017) “los recursos didácticos son aquellos materiales tangibles y manipulables por el estudiante, estos materiales motivan en el proceso de aprendizaje, estos recursos pueden utilizarse una y otra vez muchas veces con diversos propósitos” (Pág. 4)

A partir de lo expuesto anteriormente, los recursos didácticos son herramientas pedagógicas que nos permiten vincular los procesos de enseñanza aprendizaje de manera eficiente a las diferentes prácticas pedagógicas de aula, generando de esta manera un desarrollo positivo en la calidad educativa, donde los estudiantes y docentes pueden establecer un canal de comunicación efectivo que permite potenciar las acciones vinculadas a las acciones de enseñar y aprender en un ambiente escolar.

Pensamiento numérico

En el presente aspecto, Cantoral y otros (2005) citado en Bosch (2012) indican que el “pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis.” (p.17).

No obstante, desde una perspectiva más realista Díaz y Díaz (2018) conceptúan que “El pensamiento matemático es una cualidad necesaria en la mayoría de las esferas de la vida, aún más en un mundo que se informatiza constantemente, pero más necesaria aún en la formación del profesional de las ciencias técnicas.” (Pág. 67)

Por otro lado, según Ayllón et al. (2016) “el pensamiento matemático propicia el desarrollo de la creatividad debido a que requiere hacer conjeturas y discernir opciones que permitan resolver una situación planteada.” (Pág. 180)

En ese orden de ideas, MEN (1998) en su documento sobre los Lineamientos Curriculares en el área de matemática, concibe el pensamiento numérico como la forma en que se estudian los diferentes sistemas numéricos a partir del desarrollo de habilidades y destrezas que permiten entender la naturaleza de los números y su aplicabilidad en cómo se comunica, procesa e interpreta los diferentes contextos que comprenden la vida del ser humano.

Dicho de otro modo, McIntosh et al. (1992) expresa que “el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”.

El pensamiento numérico forma parte de la capacidad que tenemos los seres humanos para comprender el mundo a partir de la utilización de números, símbolos y conceptos que, relacionados entre sí, permite establecer relaciones operacionales logrando de esta manera crear un lenguaje universal que facilita el accionar de la actividad humana con su realidad. En concordancia con lo anterior, Rico (1996) afirma que “el pensamiento numérico estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas” (párr. 2).

Durante el desarrollo del ser humano a lo largo de la historia, el pensamiento lógico matemático hablando específicamente del pensamiento numérico ha tenido un papel fundamental en el proceso evolutivo, permitiendo generar ideas y representaciones de la realidad que se conectan unas con otras produciendo de esta manera una actividad intelectual a partir de procesos de la razón, donde las matemáticas forma parte esencial como elemento facilitador para la evolución humana a través del desarrollo de habilidades de pensamiento.

Números enteros

De acuerdo con Bernal (2018) una de las concepciones más comunes y generales que se encuentran al momento de definir este conjunto numérico parte de que los números enteros son aquellos que conforman un conjunto más generalizado que el conjunto de los números naturales, donde se incluyen los números negativos (opuesto de los números naturales) y el número cero.

En este sentido, los números enteros constituye una parte importante dentro de los contenidos esperados en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas; dicho de otra forma, Molano (2016) afirma que enseñanza adecuada de los números enteros constituyen una parte fundamental en los procesos de construcción conceptual de otros objetos matemáticos tales como funciones, dominio, rango, estadística, álgebra, representaciones gráficas, matemáticas contables, entre otras; donde la falta de dominio en este tema desencadena resultados desfavorables en el proceso de aprendizaje los contenidos mencionados anteriormente impidiendo así el desarrollo de las competencias matemáticas.

Desde otro punto de vista Sanabria (2019), expresa que los números enteros son aquellos números utilizados dentro de contextos de situaciones reales con el objetivo de representar situaciones donde se involucran cantidades opuestas. Es válido resalta que desde esta perspectiva que manifiesta la autora, los números enteros son comprendidos desde una visión más contextualizada y representativa del mundo real.

Por otro lado, De acuerdo con el libro *Historia e Historias de Matemáticas*, Perero (1994) manifiesta que la primera aparición de los números negativos se reporta en el oriente y data del siglo V d. C. en la cultura China, donde en los contextos cotidianos de la humanidad eran considerados números deudos o absurdos. Dado que no se encontraba una relación directa entre estos y los contextos que presentaban en la época, siendo manipulados

estrictamente mediante los ábacos o bolas de diferentes colores. En esta cultura, la idea de número negativo no fue aceptada debido a que ellos no consideraban apropiado que las ecuaciones pudieran tener soluciones con este tipo de número.

Torres (2007) en su afirma que en la India se estableció la concepción de números positivos y números negativos, donde simbólicamente se representaban como créditos y débitos respectivamente; Además, de atribuírseles el concepto de número cero alrededor del año 650 d. C. Por otro lado, los griegos dentro de sus teoremas relacionados al álgebra geométrica, hacían uso de las magnitudes negativas en referencia a la operación restar donde estas eran dejadas de manera indicada por el autor.

No obstante, es válido resaltar que fueron los indios los pioneros en establecer reglas numéricas en el conjunto de los números enteros, donde a partir de estas reglas un matemático indio llamado Brahmagupta contribuyó de manera importante la presentación de soluciones negativas para ecuaciones de tipo cuadrática.

MATERIAL Y MÉTODOS

En el presente apartado se mostrarán de manera explícita cada uno de los aspectos fundamentales que componen el proceso metodológico llevado a cabo durante el desarrollo de la investigación, resaltando su importancia mediante el procedimiento descriptivo de cada uno de ellos.

Enfoque de investigación

La presente investigación busca comprender la realidad educativa que se presenta en los estudiantes de grado séptimo durante la aplicación de recursos didácticos dispuestos para desarrollar el pensamiento numérico a través de la enseñanza de las operaciones básicas en el conjunto de los números enteros, tomando como base la descripción de las características del fenómeno que se presentan en los procesos ligados a la enseñanza aprendizaje de estos objetos matemáticos. Por este motivo, el presente trabajo será elaborado bajo un planteamiento metodológico del enfoque mixto.

Método de investigación

El objetivo del estudio será el de diseñar tres de recursos didácticas que promuevan el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de grado séptimo mediante la enseñanza de las operaciones básicas en el conjunto de los números enteros. Por este motivo, se recurre a un diseño de investigación acción participativa, donde se realizase reflexiones de la praxis pedagógica en el quehacer docente, mediante la observación de las acciones y realidades del grupo estudiado.

Población universo

La población universo que se determina para esta investigación son los estudiantes de la Institución Educativa La Arcadia sede El Mesón, la cual se encuentra ubicada en la zona rural del municipio de Algeciras departamento del Huila. La institución educativa es de carácter pública adscrita a la Secretaría de Educación Departamental del Huila; cuenta con un aproximado de 139 estudiantes en el nivel de primaria y secundaria de los cuales el cien por ciento de los estudiantes son provenientes de la zona rural.

Población objeto de estudio

La población objeto de estudio está conformada por los 83 estudiantes de los grados sexto a undécimo de la Institución Educativa La Arcadia sede El Mesón, en la cual por la baja cantidad de estudiantes se hace necesario realizar la implementación de aulas multigrado de la siguiente manera: Grado sexto y séptimo, Grado octavo y noveno, Grado décimo y undécimo.

Profundizando sobre la noción de aula multigrado el MEN (2018) afirma que “Las aulas multigrado se encuentran en lugares de difícil acceso. Ellas albergan a estudiantes de diferentes edades y niveles educativos, quienes comparten un mismo espacio de aprendizaje a cargo de un docente. Estos espacios son propios de los contextos urbanos o rurales con población escasa o dispersa.”

Muestra

Para la selección de la muestra se realizará un muestreo no probabilístico por conveniencia, debido a que es una manera sencilla rápida y económica de determinarla; además, en este tipo de muestreo los estudiantes tienden a estar más prestos a ser parte del

grupo donde se llevará a cabo la investigación. La muestra está conformada exclusivamente por los estudiantes del grado 7°, dado que es el nivel educativo donde se inicia y profundiza el proceso de enseñanza de los números enteros, de acuerdo con el plan de estudio del área de matemáticas establecido en la institución.

En relación con el grupo, este se encuentra compuesto por 11 estudiantes entre hombres y mujeres, las edades de los estudiantes de este grupo oscilan entre los 12 y 14 años. Se identifica por ser un grupo activo y participativo, responsable en cada uno los procesos relacionados a su formación académica e integral.

Fases de investigación

Con el propósito de alcanzar la meta propuesta para la presente investigación, se desarrollarán tres fases fundamentales las cuales tienen como objetivo cumplir de manera gradual con el desarrollo de los objetivos específicos, a partir de la implementación de los instrumentos elaborados para esta finalidad

Fase 1: Diagnóstico de errores

Durante la primera fase se realizará una encuesta y un cuestionario con preguntas abiertas con el propósito de identificar cuáles son las falencias y errores conceptuales y procedimentales que cometen los estudiantes de grado séptimo, al momento de enfrentarse a contextos relacionados al conjunto de los números enteros. Las fases de esta etapa consistirán en la recolección, tabulación y análisis de los datos obtenidos.

Fase 2: Diseño de los recursos didácticos y trabajo de campo

Para el desarrollo de esta fase se tomará como insumo los resultados obtenidos en la etapa anterior, donde se diseñarán recursos didácticos los cuales tienen como objetivo superar las dificultades identificadas y fortalecer el desarrollo del pensamiento numérico en el proceso de enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas en el conjunto de los números enteros. Durante el proceso de ejecución de esta etapa se realizará una secuencia didáctica con el propósito de implementar los recursos didácticos y de esta manera llevar a cabo el trabajo de construcción, ejercitación y desarrollo de las competencias adquiridas a partir del trabajo de campo con los estudiantes participes en la investigación.

Fase 3: Evaluación de los recursos didácticos

Por último, durante la tercera fase se evaluará el impacto de los recursos diseñados para el desarrollo del pensamiento numérico en la enseñanza de las operaciones básicas en el conjunto de los enteros. Para este propósito se empleará como media una encuesta que permita la evaluación de los recursos didácticos elaborados por parte de los estudiantes, posteriormente se realizará un cuestionario con el objetivo de recolectar información que permita determinar el grado de funcionalidad de los procesos realizado con los estudiantes durante la investigación. Para esta finalidad se realizará un análisis comparativo entre las dificultades encontradas en cuestionario de entrada y los resultados obtenidos en el cuestionario de salida.

RESULTADOS

A lo largo del desarrollo del proyecto de investigación siempre se tuvo presente como premisa el entender e identificar el porqué de la importancia y la necesidad de vincular los recursos didácticos en los procesos de enseñanza aprendizaje, y de cómo estos generar un valor agregado a la manera como los estudiantes aprenden un determinado saber. Por esta razón, se diseñaron tres recursos didácticos durante la ejecución del trabajo, enfocados a verificar el aporte que estos generan en los estudiantes de grado 7° en relación con el proceso de enseñanza aprendizaje de las operaciones de suma y resta en el conjunto de los números enteros.

Lamberg et al.(2020), en su investigación manifiesta la importancia de vincular la recta numérica a los procesos de enseñanza aprendizaje de los números enteros, teniendo en cuenta la facilidad que existe de relacionar este elemento con las diferentes situaciones del contexto real; lo cual concuerda con los resultados obtenidos en la investigación, dado que uno de los recursos didácticos elaborado y llevado a cabo durante la ejecución de la secuencia, fue el uso de la recta numérica; lo cual no solo tuvo como implicación el establecer relaciones con distintas situaciones del contexto, sino que también se fundamentó como recurso esencial que permitió la nocionalización de los objetos matemáticos de estudio para finalmente realiza el proceso de conceptualización.

Por otro lado, Wessman (2017) durante su proceso de investigación desarrolló un experimento, donde se involucran la enseñanza de operaciones de suma y resta de números enteros en el que participaron tres estudiantes durante doce semanas; la investigación se basa en la modelación de las representaciones pictóricas de la recta numérica para la solución de operaciones de suma y resta en el conjunto de los enteros. De acuerdo con los hallazgos obtenidos en el proyecto de investigación cómo los usos de las representaciones pictóricas juegan un papel fundamental, debido a la importancia que presentan durante el desenlace de la secuencia didáctica, especialmente en la construcción de las operaciones de suma y resta, siendo la modelación una competencia trascendental en el desarrollo del pensamiento matemático.

Otro de los hallazgos encontrados durante el desarrollo de la investigación son la importancia de los recursos didácticos como herramientas recreativas las cuales despiertan un interés por parte del estudiante en lo asociado con su formación académica. De igual manera, el uso de los recursos didácticos también permite generar un aporte significativo a la comprensión de los aprendizajes, dentro de los resultados obtenidos los estudiantes de grado 7° se sintieron más motivado y se logró evidencia un avance notorio en el aprendizaje las operaciones de suma y resta en los números enteros. Con base a lo anterior, es válido resaltar la concordancia que existe entre estas apreciaciones con los resultados presentados por Arias (2020), donde en su investigación construyó y ejecutó una serie de recursos didácticos los cuales tuvieron un impacto significativo en los aprendizajes de los estudiantes participantes.

En relación con el pensamiento numérico, los hallazgos obtenidos en ejecución del proyecto demuestran un avance positivo, dado que los estudiantes presentaron una mejoría importante en los resultados del cuestionario Post – Test en comparación con los resultados del cuestionario Pre – Test, indicando de esta forma que los estudiantes al hacer usos de los recursos didácticos para el aprendizaje de operaciones con los números enteros, no solo adquieren un conocimiento determinado sobre este conjunto, sino que logran desarrollar una serie de habilidades y destrezas que les permite un adecuado desarrollo del pensamiento numérico.

De lo expuesto anteriormente, se puede constatar la relación de correspondencia que expresan varios autores como McIntosh et al.(1992) el cual afirma que el pensamiento numérico se refiere a la comprensión que adquiere una persona en diferentes aspectos referentes a los números, sus operaciones y demás habilidades del saber. De acuerdo a lo mencionado por el MEN (1998) en los lineamientos curriculares matemáticos, el pensamiento numérico es comprendido como la forma en que se estudia los distintos sistemas numéricos por medio del desarrollo de habilidades que permiten al estudiante comprender la naturaleza de los números y usarla en contextos de la vida cotidiana.

Por otra parte, es válido mencionar que la investigación se llevó a cabo en el municipio de Algeciras departamento del Huila, específicamente en la Institución Educativa La Arcadia sede El Mesón, la cual está conformada por 83 estudiantes de los grados sexto a undécimo, donde la muestra seleccionada son los 11 estudiantes de grado séptimo distribuidos entre hombres y mujeres, en el cual el rango de las edades del grupo oscila entre los 12 y 14 años.

En relación con los resultados obtenidos en cada uno de los instrumentos, se puede afirmar que los recursos didácticos elaborados y aplicados durante la ejecución de la secuencia didáctica de las operaciones de suma y resta de los números enteros, permitieron de manera eficiente desarrollar el pensamiento numérico de los estudiantes que formaron parte de la muestra. De acuerdo con los resultados obtenidos en los instrumentos de recolección de datos denominados cuestionarios Pre – Test y Post – Test, se hace evidente una mejora significativa en los aprendizajes adquiridos por los estudiantes y la forma como hacen uso de ese saber en la solución de diferentes situaciones del contexto real.

Desde una perspectiva más general, Corrales y Sierras (2012) mencionan la importancia de la vinculación de los recursos didácticos y el alcance positivo que estos generan en el educando cuando de alcanzar los objetivos académicos se refiere. Del mismo modo, Molina (2014) citado en Chancusig et al. (2017), afirma que el uso de recursos didácticos en los ambientes de aula generar un fortalecimiento en cada uno los procesos de enseñanza aprendizaje, logrando como finalidad aumentar la calidad educativas de los estudiantes.

En ese orden de ideas, los recursos didácticos desarrollados durante el estudio generaron un incremento significativo en la forma como los estudiantes aprenden y dan uso a las operaciones de suma y resta de números enteros, ya sea en la solución de ejercicios de práctica o en la resolución de situaciones problemas, en que se involucren el saber matemático y las competencias obtenidas a partir del desarrollo del pensamiento matemático. Esto se hace evidente, gracias al contraste que se realizan con los resultados obtenidos en la fase de diagnóstico, la cual manifiesta la realidad del saber que presenta los estudiantes con base a los conceptos esenciales de los objetos matemáticos en estudio y la fase de resultados, donde se evalúa la pertinencia e impacto que los recursos desarrollaron en el avance de aportar al pensamiento numérico a través de la enseñanza de la suma y resta de los números enteros

En este sentido, al analizar más a fondo los resultados obtenidos en la fase de diagnóstico y lo realizado en la fase de trabajo de campo, se muestra como los estudiantes durante la aplicación de la encuesta manifiestan reconocer los números enteros, su representación de la recta numérica y demás concepciones como la importancia de aprenderlos durante su formación académica. Sin embargo, al momento de profundizar sobre estas apreciaciones se logran identificar falencias con respecto a los conceptos propios del conjunto numérico, a la aplicación de algoritmos correspondientes para la solución de las operaciones y la falta de vinculación de los objetos matemáticos de estudio a situaciones de contexto matematizables donde sea necesario la intervención de estos.

Desde la perspectiva, el origen de las dificultades identificadas durante el desarrollo de la fase de diagnóstico se presenta por la falta de interés que manifiestan los estudiantes a su proceso de formación y esto es entendible, dado que en muchas ocasiones como docentes se comete el error de desligar el conocimiento matemático con la realidad que se viven en el contexto de los estudiantes, donde los procesos de enseñanza se realizan de forma tradicional, monótona y repetitiva dejando de lado el vincular herramientas que permiten realizar la construcción, ejercitación y posteriormente ejecución de las competencias necesarias que requieren los estudiantes, para poder afrontar situaciones reales donde las matemáticas juegan un papel en el desarrollo de pensamiento.

Como sustento de lo mencionado anteriormente, durante su proceso investigativo Llanos (2019), identifico que los estudiantes de grado 8° de la institución educativa donde se llevó a cabo el proyecto, presentaban distintos problemas para la comprensión de los diferentes conceptos asociados al estudio de los números enteros, presentando dificultades en la conceptualización, ejercitación y desarrollo de situaciones problema. Es por esta razón, que en su investigación propuso un cambio en la forma como se enseñaban estos objetos matemáticos, a partir de la vinculación de una secuencia didáctica donde se usaron herramientas las cuales potenciaron la forma como los estudiantes adquirirían su conocimiento, ocasionado un aprendizaje autónomo, independiente y responsable, además, de incrementar exponencialmente los resultados académicos.

Por otra parte, al realizar el estudio de los hallazgos obtenidos durante la ejecución de la fase de resultados el panorama es más positivo, debido a que al aplicar el cuestionario Post – Test se evidenció un incremento en los índices porcentuales en relación con las definiciones esenciales de los números enteros, el identificar y hacer uso de las características propias de la suma y resta en la solución de ejercicios y especialmente el desarrollar apropiadamente el usos de las competencias en la resolución de problemas y situaciones problemas. En ese orden de ideas, es importante resaltar que la mejoría presentada con respecto a los hallazgos iniciales se debe gracias al valor agregado que los recursos didácticos brindaron durante el desarrollo de la investigación.

Como fehaciente de lo mencionado, en su artículo Cifuentes (2015) afirma que los recursos didácticos son medios que permiten brindar un aporte dinámico a los procesos educativos, en el sentido que ayuda a los docentes en situaciones de enseñanza y su vez a los estudiantes en la apropiación de conceptos ligados al aprendizaje de un saber determinado. Del mismo modo, Hernández (2012) citado en Chancusig et al. (2017) manifiesta que los recursos didácticos son elementos esenciales que motivan a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, además, de ser recursos que pueden usarse de diferentes maneras para alcanzar diversos propósitos.

Los recursos didácticos utilizados durante el desarrollo de la investigación los cuales fueron “La recta numérica”, el juego denominado “La carrera de los enteros” y el OVA construido para el fortalecimiento de las competencias en la solución de problemas,

permitieron de manera eficaz dar respuesta a la pregunta de investigación y a vez alcanzar de forma óptima el desarrollo de los objetivos propuestos.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

A continuación, se establecerán una serie de recomendaciones y conclusiones las cuales fueron elaboradas a partir de la discusión de los resultados obtenidos de la aplicación y análisis de los instrumentos de investigación, teniendo como base los objetivos de investigación propuestos.

Como recomendación principal es pertinente tener en cuenta la implementación de diferentes recursos didácticos en los procesos de enseñanza aprendizaje de las operaciones de los números enteros y de las matemáticas en general, dado que el uso de estas herramientas permite generar un valor agregado a la labor docente en su propósito de enseñar y en el estudiante genera una percepción positiva de lo que está dispuesto a aprender.

En ese orden de ideas, es importante recomendar que se debe tener en cuenta la necesidad que tiene cada docente de diagnosticar cuáles son las debilidades y fortalezas que presentan los estudiantes, en relación con sus saberes previos y las posibles percepciones o ideas que presenten los educandos acerca del conjunto de los números enteros o del objeto matemático en estudio.

Desde otra perspectiva, se aconseja que al momento de utilizar recursos didácticos se tenga presente diferentes aspectos como la forma de usarlo, las reglas o sugerencias pertinentes que se brinden del mismo, el tiempo de ejecución, entre otras. Aunque lo más importante, es que los recursos didácticos usados sean de diseño propio o no, tengan un propósito el cual proporcione en el ambiente de aula un aporte significativo al proceso de enseñanza aprendizaje.

Por otra parte, se sugiere vincular la ejecución de los recursos didácticos con el desarrollo de una secuencia didáctica, dado que permite establecer una interrelación de las herramientas implementadas con los procesos de enseñanza aprendizajes que se desarrollan en las aulas de clase, considerando la importancia de instaurar un soporte al uso de los recursos como aportes significativos en el avance de los educandos.

Finalmente, como última recomendación se sugiere que luego de implementar los recursos didácticos usados en clase, se tenga en cuenta la pertinencia e incidencia que estos establecen en el aporte que brindan al desarrollo del pensamiento matemático como al avance

de la comprensión de las operaciones de suma y resta de los números enteros o del objeto matemático en estudio.

Por otra parte, Analizando los resultados obtenidos durante la investigación se establece como conclusión general, que el implementar recursos didácticos a los procesos de enseñanza aprendizaje, permiten el afianzamiento de conceptos y conocimientos técnicos que se experimentan al momento de aprender un saber determinado, además de fomentar habilidades y destrezas que estimulan el desarrollo del pensamiento matemático.

Durante el desarrollo de fase de diagnóstico se evidenció la necesidad que existe de vincular los aprendizajes matemáticos en situaciones de contexto real, dado que durante la aplicación de la encuesta y el cuestionario Pre – Test los resultados obtenidos no fueron los mejores, en relación con la percepción que tenía los estudiantes acerca de la importancia y la necesidad de aprender a sumar y restar números enteros.

Por otra parte, el diseñar los recursos didácticos y hacer partícipes a los estudiantes en la elaboración de estos, genera una reacción motivacional positiva, debido que al vincularlos directamente con su proceso de aprendizaje siendo el autor principal del mismo, genera una percepción agradable e interesada por el adquirir lo que se está aprendido. Durante la ejecución de la secuencia didáctica se evidenció un cambio significativo en la forma como los estudiantes afrontaban las clases, donde el aprender conceptos propios de los números enteros y su respectivo algoritmo para resolver suma y resta no generaban estados de insatisfacción como podría ser la pereza o aburrimiento.

En ese orden de ideas, se puede concluir que el uso de los recursos didácticos digitales para la enseñanza de las operaciones básica de los números enteros juega un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento numérico, debido a la facilidad que brindan estas herramientas para la adquisición natural de los aprendizajes en los diferentes ambientes de aula propuestos. En este sentido, de acuerdo con los resultados obtenidos en la investigación, el uso de las TIC mediante la implementación del objeto virtual de aprendizaje (OVA) contribuyó de forma considerable a la obtención de los resultados favorables en la prueba de salida, dado que permitió mejorar de manera notable el uso de los aprendizajes de suma y resta de los números enteros en la resolución de situaciones problemas del cuestionario Post - Test.

Para finalizar, otra conclusión que se obtuvo durante el desarrollo del proyecto es el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes luego de culminar el desarrollo la secuencia didáctica, donde teniendo como base los resultados obtenidos en el cuestionario Post – Test, se hace evidente una mejoría significativa en los procesos de conceptualización, ejecución de algoritmos y uso de las competencias matemáticas que fomentan el desarrollo del pensamiento numérico en referencia los objetos matemáticos de suma y resta de números enteros.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arias Ríos, J. C. (2020). *La lúdica en las matemáticas para la mejor comprensión de los números enteros*. 1–94. <https://bit.ly/3g7QI2X>

Ayala, J. (2015). Evaluación externa y calidad de la educación en Colombia. En *Banco de la Republica Centro de Estudios Economicos Regionales (CEER)* (Vol. 2015). <https://doi.org/10.32468/dtseru.217>

Ayllón, M. F., Gómez, I. A., & Ballesta, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones*, 4(1), 169–193. <https://doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>

Bernal, C. (2018). Taller: Comprendamos a los enteros. *SENACYT Secretaria Nacional de Ciencia, Tecnologia e Innovación*, 1–18. <https://bit.ly/3CU8iBb>

Bosch Saldaña, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Educación Matemática en la infancia*, 1, 15–37. <https://bit.ly/2W8EL66>

Bressan, A. (2005). Los principios de la educación matemática realista. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*, 69–98. <https://bit.ly/37S0z8p>

Chancusig, J., Flores, G., Venegas, G., Cadena, J., Guaypatin, O., & Izurieta, E. (2017). Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje en el áreas de matemática. *Boletín Virtual*, 6, 112–134. <https://bit.ly/2W2WDiV>

Cifuentes Medina, J. E. (2015). Recursos didácticos para la enseñanza de la historia de la filosofía. *Revista Filosofía UIS*, 14(2), 241–279. <https://doi.org/10.18273/revfil.v14n2-2015012>

Corrales, M. I., & Sierras, M. (2012). *Diseño de medios y recursos didácticos*. <https://bit.ly/3gaiKKY>

Díaz Lozada, J. A., & Díaz Fuentes, R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Bolema: Boletim de Educação*

Matemática, 32(60), 57–74. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03>

Fajardo, E. J., Romero, H., Plata, L., & Ramírez, M. (2018). Determinantes de la calidad de la educación en Colombia a nivel secundario: Una aplicación del análisis de correspondencia canónica. *Revista Espacios*, 39 (15), 1–11. <https://bit.ly/3ALMeXw>

Lamberg, T., Damelin, S., Gillette-Koyen, L., & Moss, D. (2020). Visualising Integers, Distance and Groups on Number Lines. *Australian Mathematics Education Journal*, 2(1), 4–8. <https://bit.ly/3me7Nfd>

Llanos, M. (2019). *Guía didáctica para el aprendizaje de operaciones con números enteros utilizando las TIC*. 53(9), 1689–1699. <https://bit.ly/3xXNLbk>

Maca Díaz, A. J., & Patiño Giraldo, L. E. (2016). La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver en las aulas. *Plumilla Educativa*, 17(1), 194–210. <https://doi.org/10.30554/plumillaedu.17.1756.2016>

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). *A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. For the learning of mathematics*. 3(November), 2–8. <https://bit.ly/3srJZWi>

MEN. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. *Cooperativa Editorial Magisterio*, 103. <https://bit.ly/3yT38my>

MEN. (2018). *200 docentes y tutores, 'Juntos por las Aulas Multigrado'*. Mineducación. <https://bit.ly/3iUvCGY>

Meneses Pérez, J. A. (2020). Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Juan Pablo I. *Paideia Surcolombiana*, 25, 15–30. <https://doi.org/10.25054/01240307.1722>

Molano Sánchez, F. A. (2016). *Diseño e implementación de una estrategia didáctica para la enseñanza de los números enteros basada en conceptos de la neurociencia*. May, 1–122. <https://bit.ly/3iVYMFR>

Perero, M. (1994). *Historia e historias de matemáticas*. <https://bit.ly/3yWTgYV>

Reyes Baños, F. (2007). *Recursos didácticos*. <https://bit.ly/3yZ2wMn>

Rico, L. (1996). Pensamiento numérico. *Pensamiento*. <https://bit.ly/3k0Wswx>

Sanabria, J. (2019). *Números reales*. 1–27. <https://bit.ly/3CWPnFX>

Torres, C. (2007). *Números enteros: origen e historia*. 1–13. <https://bit.ly/3k36m0L>

Wessman Enzinger, N. M. (2017). Grade 5 children's number line drawings for integers. *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. I*, 188–194. <https://bit.ly/3CVxFTg>